BERECHNUNG UND MESSUNG DER STOKESPARAMETER IN SOLAREN ZEEMAN-MULTIPLETTS

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

AXEL WITTMANN

aus Hannover

Göttingen, Januar 1973

BERECHNUNG UND MESSUNG DER STOKESPARAMETER

IN SOLAREN ZEEMAN-MULTIPLETTS

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von
AXEL WITTMANN
aus Hannover

Göttingen, Januar 1973

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

D 7
Referent: Professor Dr. Egon Horst Schröter
Korreferent: Professor Dr. Hans-Heinrich Voigt
Tag der mündlichen Prüfung: 15. Februar 1973

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 1
2. Grundlagen der numerischen Rechnungen 4
2.1 Die erweiterten Unno-Gleichungen 4
2.2 Der kontinuierliche Absorptionskoeffizient 8
2.3 Der Linienabsorptionskoeffizient 11
2.4 Dämpfung, Voigt- und Dispersionsfunktion 13
2.5 Auswahl der Multipletts, numerische Integration 15
3. Die Durchführung der Polarisationsmessungen 19
3.1 Das photographische Polarimeter 19
3.2 Beobachtungsmaterial und Photometrie 23
3.3 Reduktion des Materials, instrumentelle Polarisation 26
3.4 Reduktion des Materials, Streulicht- und Seeingkorrektur 30
4. Die Magnetfeldstruktur in Sonnenflecken, numerische und experimentelle Resultate 33
4.1 Der vertikale Gradient der magnetischen Feldstärke .. 33
4.2 Der horizontale Gradient der magnetischen Feldstärke 42
4.3 Das Neigungsgesetz der Feldlinien 47
4.4 Bestimmung des Azimuts, Einfluß des Macaluso-Corbino Effekts 52
5. Longitudinale Magnetographensignale 58
5.1 Babcock-Eichung 58
5.2 V-Inversion 62
Zusammenfassung 65
Summary 66
Danksagung 67
Index 68
Verzeichnis der Symbole 70
Literaturverzeichnis 73
Anhang 76
1. Daten der benutzten Modelle 76
2. Feldstärkeneichung 77
3. Eichkurven $V_{max}(\cos\varphi)$ für die Umbra 78

1. Einleitung

Die Erforschung solarer Magnetfelder begann im Jahre 1908, als G.E. Hale das Auftreten des Zeemaneffektes im Spektrum der Sonnenflecken nachweisen konnte. Mit dieser Entdeckung wurde eine Entwicklung eingeleitet, die uns bis heute die Aktivitätserscheinungen der Sonne zumindest in Ansätzen verstehen läßt, und die uns z.B. Kenntnis gegeben hat von der direkten Einwirkung des im solaren Wind mitgeführten Magnetfeldes der Sonne auf die Magnetosphäre der Erde.

Das bedeutendste Hilfsmittel zur Erforschung der Magnetfeldstruktur in den Außenschichten der Sonne stellen nach wie vor jene Fraunhoferlinien dar, die im Magnetfeld den inversen Zeemaneffekt zeigen, d.h. in ein Absorptionsmultiplett aufspalten, wobei man bei der Auswahl einer Linie i.a. auf ausreichende Trennung der Komponenten Wert legt: Sind g_s und M_s (s=1,2) die Landéfaktoren und die magnetischen Quantenzahlen von Anfangs- und Endniveau des Übergangs $1 \rightarrow 2$, so gilt mit der Abkürzung

$$g^* = M_1 g_1 - M_2 g_2 \qquad (1.1)$$

für die Aufspaltung der betreffenden Komponente+):

$$\lambda - \lambda_\circ = 4.6685 \cdot 10^{-5}\ g^*\ B\ \lambda_\circ^2 \qquad (1.2)$$

Dabei ist die Wellenlänge $\lambda_\circ$ der unaufgespaltenen Linie in cm und die magnetische Induktion B in Gauss einzusetzen. Die Induktion B ist numerisch gleich der Feldstärke H in Oersted, da die magnetische Permeabilität der Sonnenatmo-

+) In der neueren physikalischen Literatur finden zunehmend numerische Ausdrücke neben den allgemeiner gültigen Größengleichungen Verwendung. Dies geschieht in Anpassung an den zunehmenden Einsatz elektronischer Rechenmaschinen zur Lösung physikalischer Probleme. Auf die damit verbundenen Fragen kann hier nicht näher eingegangen werden; im folgenden wird je nach angestrebter Aussage die eine oder andere Schreibweise bevorzugt. Aus Konsistenzgründen werden Zahlenwerte mit einer der Rechengenauigkeit angepaßten Stellenzahl angegeben, die im Falle physikalischer Konstanten nicht notwendig deren innere Genauigkeit wiederspiegelt.

sphäre mit hoher Genauigkeit gleich derjenigen des Vakuums ist.

Während man aus der Aufspaltung nach Gl. (1.2) die wirksame Feldstärke erhalten kann, ermöglicht eine zusätzliche Messung der partiellen Polarisation der Zeemankomponenten Rückschlüsse auf die Feldrichtung: Im übersichtlichsten Fall eines Tripletts zeigen die beiden σ-Komponenten bei longitudinalem Feld zirkulare Polarisation. Nimmt die Feldneigung zu, so wird die nun auftretende π-Komponente zunehmend linear polarisiert, und zwar senkrecht zum Feldazimut. Die Polarisation der σ-Komponenten wird zunehmend elliptisch, bis sie bei transversalem Feld in lineare Polarisation parallel zur Feldrichtung übergeht.

Mit Hilfe von Festkörper Kerr-Zellen kann der polarisierte Anteil des Lichtes geeignet moduliert und dann am Spektrographenausgang durch SEV-Röhren mit nachgeschaltetem schmalbandigem Verstärker gemessen werden. Mit den nach diesem Prinzip entwickelten Magnetographen (eine Übersicht findet man bei Beckers, 1968) werden bisher vorwiegend longitudinale Felder gemessen, bei der Erfassung des gesamten Feldvektors haben sich erhebliche Schwierigkeiten ergeben (vgl. Stenflo, 1970; Beckers, 1971).

Der Polarisationszustand des Lichtes wird zweckmäßig mittels des Vektors $\underline{S}$ der Stokesparameter (Stokes, 1852) beschrieben. Diese sind ihrer Natur nach Intensitäten und folgendermaßen definiert:

$$\underline{S} = \begin{cases} I = I_o + \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} = I_o + I_p \\ Q = I_p \cos 2\beta \cos 2\varphi = I_{lin}(\varphi = 0^o) - I_{lin}(\varphi = 90^o) \\ U = I_p \cos 2\beta \sin 2\varphi = I_{lin}(45^o) - I_{lin}(135^o) \\ V = I_p \sin 2\beta = I_{zirk}(\text{links}) - I_{zirk}(\text{rechts}) \end{cases} \qquad (1.3)$$

Darin ist φ das Azimut der Polarisationsellipse, tg β = b/a ihr Achsenverhältnis und I_p der polarisierte Anteil. Es ist üblich, die Stokesparameter in Einheiten der Kontinuumsintensität anzugeben, sie sind dann dimensionslose Zahlen < 1.

Um aus den Profilen der Stokesparameter einer Zeeman-

linie auf die Magnetfeldkonfiguration schließen zu können, bedarf es einer Theorie der Entstehung von Fraunhoferlinien im Magnetfeld. Eine solche Theorie entwickelten unabhängig voneinander Unno (1956) und Stepanov (1958a) für den Fall lokalen thermodynamischen Gleichgewichts (LTE). Während Unno die Strahlungstransportgleichungen für die Stokesparameter aufstellte, tat Stepanov dies für die zwei orthogonal zueinander polarisierten Anteile, in die das durch $\underline{S}$ beschriebene Licht stets zerlegt werden kann (vgl. Chandrasekhar, 1947). Rachkovsky (1961) zeigte dann die Äquivalenz beider Schreibweisen; im folgenden wird ausschließlich die erstgenannte, etwas allgemeinere benutzt. Unter den stark einschränkenden Voraussetzungen eines homogenen Magnetfeldes ($\underline{H}$=const) in einer Milne-Eddington Atmosphäre (η_o=const) mit linearer Kirchhoff-Planck Funktion und wahrer Absorption (σ_ν=0) konnte Unno analytische Lösungen des Differentialgleichungssystems angeben.

Einige dieser Einschränkungen konnten später fallengelassen werden (u.a. Mattig, 1966; Moe, 1968; Staude, 1969). Es zeigte sich jedoch bald, daß eine Erweiterung auf beliebige Multiplett-Aufspaltungen sowie die Berücksichtigung von magnetooptischen Effekten (Rachkovsky, 1962; Kai, 1968; Beckers, 1969a,b) und Streuprozessen (u.a. Stepanov, 1958b; Rachkovsky, 1963; Obridko, 1965; Domke, 1969) zu sehr komplizierten Gleichungen führt, deren Lösung durch numerische Integration gefunden werden muß (Beckers, 1969a). Die Einbeziehung der magnetooptischen Effekte (Faraday- und Voigt-Effekt) führte zunächst zu Unterschieden in den Resultaten, auf die mehrfach aufmerksam gemacht wurde (Beckers, 1969a; Stenflo, 1970; Staude, 1971). Eine bezüglich einzelner Punkte verbesserte Darstellung findet man bei Rachkovsky (1972) und Wittmann (1972).

Angesichts der mit weitaus geringeren Einschränkungen behafteten numerischen Methode erscheint es nicht länger vertretbar, die Messungen in Zeemanlinien mit Hilfe der Unno-Theorie zu interpretieren. Da jedoch bisher kein einwandfrei funktionierender Vektormagnetograph existiert, wurde geprüft, ob sich in Sonnenflecken anstelle von Polarisationsgraden die gesamten Profile der Stokesparameter mit Hilfe des Locarno-Magnetographen messen lassen. Es zeigte sich dabei, daß dies mit vertretbar kurzen Meßzeiten unmöglich ist, da nicht alle

Parameter gleichzeitig registriert werden können und das Gebiet auf der Sonne außerdem punktweise abgetastet werden muß. In dieser Situation erschien es aussichtsreich, einen anderen Weg zu gehen: Es wurde ein Polarimeter konzipiert und erprobt, das am Ausgang des Echelle-Spektrographen an der Außenstation Locarno der Göttinger Sternwarte montiert wird und es ermöglicht, simultan die Profile aller 4 Stokesparameter in verschiedenen Linien zu photographieren. Mit einer Belichtung werden auf diese Weise die Profile in allen Punkten des Meßspalts erfaßt. Zusätzlich wurde ein umfangreiches Fortran-Programm entwickelt, das die Lösung der erweiterten Unno-Gleichungen unter sehr allgemeinen Voraussetzungen gestattet. Damit ist ein direkter Vergleich zwischen gemessenen und gerechneten Profilen möglich, der sodann Aufschlüsse über die Magnetfeldkonfiguration in Sonnenflecken liefert.

Der Abschnitt 2 enthält die Grundlagen der numerischen Rechnungen. In Abschnitt 3 werden dann das Polarimeter, das damit erhaltene Beobachtungsmaterial und dessen Reduktion beschrieben. Die Ableitung und Interpretation der Resultate sowie numerische Ergebnisse sind Gegenstand des Abschnitts 4. In Abschnitt 5 werden anhand von Modellrechnungen einige Auswirkungen der erweiterten Theorie auf die Interpretation von Magnetographensignalen untersucht.

2. Grundlagen der numerischen Rechnungen

2.1 Die erweiterten Unno-Gleichungen

Es sei im folgenden LTE vorausgesetzt, d.h. lokal gelten für ein und dieselbe Temperatur: a) das Kirchhoffsche Gesetz im betrachteten Frequenzbereich, b) die Boltzmann-Formel, c) die Saha-Eggert Gleichung, d) die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung, und e) wahre Absorption. Sei zunächst eine unaufgespaltene Linie betrachtet. Mit der kontinuierlichen optischen Tiefe τ_K, die gemäß

$$d\tau_K = - \varkappa_K \varrho \, dz \qquad (2.1.1)$$

mit der geometrischen Tiefe -z anwächst, gilt für die aus-

tretende Strahlung die bekannte Transportgleichung der Intensität:

$$\cos\vartheta \frac{dI}{d\tau_K} = \eta_I \cdot (I - B) \qquad (2.1.2)$$

Dabei ist ϱ die Dichte, $\varkappa_K$ der kontinuierliche Absorptionskoeffizient pro Gramm Materie, ϑ der Winkel zwischen Ausbreitungs- und z-Richtung, und B ist hier wie im folgenden die Kirchhoff-Planck Funktion. Mit dem Linienabsorptionskoeffizienten $\varkappa_L$ ist dabei

$$\eta_I = \frac{d\tau}{d\tau_K} = 1 + \frac{\varkappa_L}{\varkappa_K} = 1 + \eta_p \qquad (2.1.3)$$

der gesamte Absorptionskoeffizient in Einheiten des kontinuierlichen. Im Falle einer aufgespaltenen Linie gilt für jeden Stokesparameter (d.h. für jede Komponente von $\underline{S}$) eine zu Gl.(2.1.2 sehr verwandte Beziehung, und an die Stelle von Gl. (2.1.2) tritt nun ein inhomogenes System gewöhnlicher Differentialgleichungen, das sich als Matrizengleichung schreiben läßt:

$$\cos\vartheta \frac{d\underline{S}}{d\tau_K} = \underline{\eta} \cdot (\underline{S} - \underline{B}) \qquad (2.1.4)$$

Dabei ist

$$\underline{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (2.1.5)$$

Die Elemente der Matrix $\underline{\eta}$ sind durch komplizierte Ausdrücke gegeben, zu deren Erläuterung einige Grundbegriffe aus der allgemeinen Theorie der Linienentstehung benötigt werden: Ist $\Delta\lambda_D$ die Dopplerbreite und Γ die Dämpfungskonstante der Linie, so setzt man (in jeder optischen Tiefe τ_K):

$$v = \Delta\lambda/\Delta\lambda_D \qquad (2.1.6)$$

$$a = \Gamma\lambda^2/(4\pi c\,\Delta\lambda_D) \qquad (2.1.7)$$

$$\eta_o = \frac{\varkappa_L(a=0,v=0)}{\varkappa_K} \qquad (2.1.8)$$

Die Wellenlängenabhängigkeit von $\varkappa_L$ ist dann durch die Voigt-Funktion H(a,v) gegeben:

$$\varkappa_L \sim H(a,v) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{a^2 + (v-y)^2}\, dy \qquad (2.1.9)$$

Die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex im Bereich der Linie beschreibt unter Berücksichtigung des Dopplereffekts die Dispersionsfunktion F(a,v):

$$(n-1) \sim F(a,v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y\, e^{-(y-v)^2}}{a^2 + y^2}\, dy \qquad (2.1.10)$$

Die Linie sei nun in insgesamt N Komponenten aufgespalten, darunter seien P π-Komponenten ($M_2-M_1=0$), L σ_--Komponenten ($M_2-M_1=-1$) und R σ_+-Komponenten ($M_2-M_1=+1$). Die Aufspaltung v_i einer Komponente ($i=1,\cdots,N$) ist dann durch

$$v_i = (\lambda_i - \lambda_o) / \Delta\lambda_D \qquad (2.1.11)$$

mit λ_i nach Gl. (1.2) gegeben. Weiterhin seien mit

$$i_p = 1,\cdots,P \qquad i_l = 1,\cdots,L \qquad i_r = 1,\cdots,R \qquad (2.1.12)$$

die einzelnen Übergänge unterschieden. Man setzt dann mit J = P,L,R

$$\eta_j(v) = \eta_o \sum_{i_j=1}^{J} S_{i_j} H(a, v-v_{i_j}) \quad (j=p,l,r) \qquad (2.1.13)$$

Dabei ist S_{i_j} die normierte Intensität der Komponente i_j. Ist weiter γ der Winkel zwischen Magnetfeld und Ausbreitungsrichtung und φ das Feldazimut, so treten an die Stelle des η_I aus Gl. (2.1.3) nunmehr folgende vier Größen η:

$$\eta_I = \frac{1}{2}\left|\eta_p - \frac{\eta_l+\eta_r}{2}\right| \sin^2\gamma + \frac{1}{2}(\eta_l+\eta_r) + 1 \qquad (2.1.14)$$

$$\eta_Q = \frac{1}{2}\left|\eta_p - \frac{\eta_l+\eta_r}{2}\right| \sin^2\gamma \quad \cos 2\varphi \tag{2.1.15}$$

$$\eta_U = \frac{1}{2}\left|\eta_p - \frac{\eta_l+\eta_r}{2}\right| \sin^2\gamma \quad \sin 2\varphi \tag{2.1.16}$$

$$\eta_V = (\eta_l - \eta_r)\cos\gamma \tag{2.1.17}$$

Die zusätzliche Berücksichtigung der magnetooptischen Effekte im Bereich der Linie (Macaluso-Corbino Effekt) geschieht wie folgt: Der Faraday-Effekt führt zu einer Drehung der Polarisationsrichtung linear polarisierten Lichtes, während der Voigt Effekt differentiell wie der Durchgang durch eine Phasenplatte wirkt (vgl. Wittmann, 1972). Die genaue Durchrechnung führt zum Auftreten zweier weiterer Matrixelemente:

$$\varrho_R = \eta_o \cos\gamma \sum_{i=1}^{N} (M_2-M_1)\, S_i\, F(a,v-v_i) \tag{2.1.18}$$

$$\begin{aligned}\varrho_W = \eta_o \sin^2\gamma \Bigg[& \frac{1}{2} \sum_{i_l=1}^{L} S_{i_l} F(a,v-v_{i_l}) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i_r=1}^{R} S_{i_r} F(a,v-v_{i_r}) \\ & - \sum_{i_p=1}^{P} S_{i_p} F(a,v-v_{i_p}) \Bigg]\end{aligned} \tag{2.1.19}$$

Damit erhält man schließlich die Matrix $\underline{\eta}$:

$$\underline{\eta} = \begin{pmatrix} \eta_I & \eta_Q & \eta_U & \eta_V \\ \eta_Q & \eta_I & \varrho_R & \varrho_W \sin 2\varphi \\ \eta_U & -\varrho_R & \eta_I & -\varrho_W \cos 2\varphi \\ \eta_V & -\varrho_W \sin 2\varphi & \varrho_W \cos 2\varphi & \eta_I \end{pmatrix} \tag{2.1.20}$$

In der dargestellten Form gilt diese Theorie für elektrische Dipolstrahlung in planparallelen Atmosphären im LTE, bei denen die physikalischen Parameter $\Delta\lambda_D$, a, $\underline{H}$ und η_o beliebige Funktionen der optischen oder geometrischen Tiefe sein können; lediglich Streuprozesse sowie Polarisations- und Interferenzeffekte der Quantenzustände des strahlenden Atoms (Hanle-Effekt) werden vernachlässigt, da diese nur im Rahmen einer quantenmechanischen Behandlung des gesamten Problems zu erfassen sind.
In den folgenden Teilabschnitten wenden wir uns der Berechnung der erwähnten physikalischen Parameter und Funktionen zu. Es sind dies die Absorptionskoeffizienten $\varkappa_K$ und $\varkappa_L$, der Dämpfungsparameter a sowie die Funktionen H(a,v) und F(a,v).

2.2 Der kontinuierliche Absorptionskoeffizient

Die kontinuierliche Absorption in der Photosphäre erfolgt überwiegend durch das H^- Ion. Dies ist seit langem bekannt, da man aus der beobachteten Temperaturschichtung $T(\tau)$ für verschiedene Wellenlängen die Funktion $\varkappa_K(\lambda)$ empirisch ermitteln und mit den gemessenen oder berechneten Kurven für verschiedene Teilchen vergleichen kann. Zusätzlich spielen aber auch Beiträge von H, He, einigen Molekülen, sowie im UV-Bereich von Metallatomen eine Rolle.
Die wichtigste Eigenschaft der einzelnen Absorptionskoeffizienten ist ihre Additivität: Bezieht man etwa $\varkappa_K$ (in cm^2) auf die Anzahl der Wasserstoff-Kerne (in H, H^+, H_2 usw.), so gilt:

$$\varkappa_K = \varkappa(H)\,\frac{n_H}{n_{H'}} + \varkappa(H^-)\,\frac{n_{H^-}}{n_{H'}} + \varkappa(He)\,\frac{n_{He}}{n_{H'}} + \cdots \qquad (2.2.1)$$

mit

$$n_{H'} = n_H + 2\,n_{H_2} + n_{H^+} + n_{H^-} + 2\,n_{H_2^-} + \cdots \qquad (2.2.2)$$

Eine Tabelle, die $\varkappa_K$ für einen weiten Bereich (λ, T, p_e) angibt, hat Bode (1965) berechnet. Da inzwischen jedoch in der Literatur zahlreiche verbesserte Daten zu einzelnen Absorptionsquerschnitten veröffentlicht sind, wurde eine Neu-

berechnung vorgenommen, die alle merklichen Beiträge berücksichtigt.

a) Negativer Wasserstoff H^- :

Dieser Beitrag wird mit p_e in dyn/cm^2 nach folgender Formel erhalten:

$$\varkappa(H^-) = \left[\varkappa_{gf}(\lambda) \cdot \left| 1 - e^{-1.4388/T\lambda} \right| \cdot \frac{n_{H^-}}{n_H \cdot p_e} + \varkappa_{ff}(\lambda, \theta) \right] \cdot \frac{n_H}{n_{H'}} \cdot p_e \qquad (2.2.3)$$

Der gebunden-freie Anteil $\varkappa_{gf}$ pro H^- Ion wird den Daten von Krogdahl und Miller (1967) entnommen und mit dem Faktor für induzierte Emission multipliziert. Der frei-freie Anteil $\varkappa_{ff}$ pro neutrales H-Atom und p_e=1 wird mit $\theta = 5040.39/T$ durch ein Polynom approximiert, das den Emissionsfaktor bereits enthält (Gingerich et al., 1967).
Die Berechnung der Partialdrucke, Teilchenzahlen und Ionisationsgrade wird in Abschnitt 2.3 zusammen mit dem Linienabsorptionskoeffizienten beschrieben.

b) Neutraler Wasserstoff H :

Die Berechnung erfolgt unter expliziter Berücksichtigung der 12 untersten Niveaus, da noch höhere Niveaus nur sehr wenig beitragen (vgl. Mihalas, 1967):

$$\varkappa(H) = 1.0449 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{n_H}{n_{H'}} \; e^{-E'/kT} \; \lambda^3 \left| 1 - e^{-1.4388/T} \right| \cdot \left[\sum_{n=n_o}^{12} g_{gf}(n, \lambda) \; n^{-3} \; e^{E'/kTn^2} + \frac{kT}{2E'} \left| e^{E'/144kT} + g_{ff}(T, \lambda) - 1 \right| \right] \qquad (2.2.4)$$

Dabei sind g_{xx} die Gauntfaktoren, und n_o bezeichnet das unterste durch die Strahlung der Wellenlänge λ (in cm) anreg-

bare Niveau. Die Zustandssumme ist U_o=2.0 gesetzt, dies gilt für T ≤ 12000 K genügend genau. Die Niveaus n ≥ 13 werden näherungsweise berücksichtigt, indem die Ionisationsenergie E = 13.595 eV verringert wird:

$$E' = E(1 - 1/13^2) \qquad (2.2.5)$$

c) Neutrales Helium He :

Im Falle dieses Atoms werden die Beiträge der bei Hunger und van Blerkom (1967) angegebenen ersten 12 Übergänge der Niveaus n = 1,2,3 explizit berechnet; für n ≥ 4 wird die wasserstoffähnliche Näherung benutzt, da keine genauen Absorptionsquerschnitte bekannt sind. Die Wiedergabe der umfangreichen Formeln muß hier aus Platzgründen unterbleiben.

d) Rayleigh-Streuung an H-Atomen :

Es wird die Näherung von Dalgarno (1962) verwendet, danach gilt für $\lambda \geq 1.22 \cdot 10^{-5}$ cm:

$$\sigma(H) = \frac{10^{-32}}{\lambda^4}\left[5.799 \cdot 10^{-13} + 1.422 \cdot 10^{-22}/\lambda^2 + 2.784 \cdot 10^{-32}/\lambda^4\right] \cdot \frac{n_H}{n_{H'}} \qquad (2.2.6)$$

e) Rayleigh-Streuung an H_2-Molekülen :

Ähnlich wie bei d) gilt nach Dalgarno und Williams (1962):

$$\sigma(H_2) = \frac{10^{-32}}{\lambda^4}\left[8.14 \cdot 10^{-13} + 1.28 \cdot 10^{-22}/\lambda^2 + 1.61 \cdot 10^{-32}/\lambda^4\right] \cdot \frac{n_{H2}}{n_{H'}} \qquad (2.2.7)$$

Erwähnt seien noch die gerechneten Beiträge von geringerer Bedeutung:

f) Negatives Helium He^-

g) Negativer Wasserstoff H_2^-

Für Wellenlängen im UV-Bereich, die in der vorliegenden Arbeit nicht untersucht werden, können folgende wichtige Beiträge nach Peach (1970) berücksichtigt werden:

h) Kohlenstoff C
i) Natrium Na
j) Magnesium Mg

2.3 Der Linienabsorptionskoeffizient

Ist M das Atomgewicht der absorbierenden Atome und v_t die Geschwindigkeit der Mikroturbulenz, so gilt für die Dopplerbreite der Linie

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda}{c}\sqrt{\frac{2RT}{M} + v_t^2} \qquad (2.3.1)$$

Sei weiter s der Zustand des Atoms, aus dem die Absorption erfolgt, und n_s/n der Bruchteil der angeregten Atome in diesem Zustand. Ist dann der Linienabsorptionskoeffizient $\varkappa_L^s$ pro Atom im Zustand s bekannt, so erhält man daraus $\varkappa_L$ pro Wasserstoffkern:

$$\varkappa_L = \varkappa_L^s \frac{n_s}{n} \cdot \frac{n}{n_H} = \varkappa_L^s \frac{n_s}{n} \cdot \varepsilon \qquad (2.3.2)$$

Dabei ist ε die Häufigkeit des betreffenden Elements nach Atomzahlen. Die Größe n ist die Summe der neutralen und r-fach ionisierten Atome ($n = n_0 + n_1 + n_2 + \cdots$), welche für die hier in Frage kommenden Elemente nach n_2 abgebrochen werden darf. Sind U_r (r=0,1,2, ...) die Zustandssummen, so gilt die Saha-Eggert Gleichung:

$$\frac{n_{r+1}}{n_r} = 0.66751822 \frac{U_{r+1}}{U_r} T^{2.5} \cdot 10^{-\theta E_r} \cdot p_e^{-1} \qquad (2.3.3)$$

Darin ist E_r die Ionisationsenergie (in eV) für $r \longrightarrow r+1$ und p_e der Elektronendruck. Die bekannte Boltzmann-Gleichung liefert schließlich das Verhältnis n_s/n_0 im LTE, und damit

hat man:

$$\varkappa_L(a,v) = \frac{\sqrt{\pi}\, e^2\, g_s f \varepsilon\, \lambda^2\, e^{-E_s/kT} \cdot H(a,v)}{m_e\, c^2\, \Delta\lambda_D\, U_o \left[1 + \frac{n_1}{n_o}\left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right)\right]} \qquad (2.3.4)$$

Wie man erkennt, hängt die Stärke der Linie bei gegebenem Ionisationsgrad vom Produkt $g_s f$ des statistischen Gewichts g_s mit der Oszillatorenstärke f und von der Anregungsenergie E_s ab. Die Form der Linie hingegen ist durch die Größen a und $\Delta\lambda_D$ bestimmt. Für a=0 und v=0 erhält man durch Division mit dem nach Abschnitt 2.2 bereits passend berechneten $\varkappa_K$ schließlich die Größe η_o :

$$\eta_o = \frac{1.497269 \cdot 10^{-2}\, g_s f \varepsilon\, \lambda \cdot 10^{-\theta E_s}}{\sqrt{\frac{2RT}{M} + v_t^2} \cdot U_o \left[1 + \frac{n_1}{n_o}\left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right)\right] \cdot \varkappa_K} \qquad (2.3.5)$$

An dieser Stelle sollen einige Angaben über die Berechnung der Partialdrucke sowie des Gasdrucks im solaren Plasma eingeschoben werden, da hierbei die Kenntnis der Gl. (2.3.3) erforderlich ist. Das Verfahren schließt sich eng an den bei Mihalas (1967) gegebenen Formalismus an, seine Beschreibung kann daher in sehr knapper Form geschehen:

Es wird die Bildung der Moleküle H_2 und H_2^+ berücksichtigt. Die Temperaturabhängigkeit der Dissoziationskonstanten K(T) hat Vardya (1961) angegeben. Man bezieht alle Partialdrucke p auf den fiktiven Wasserstoffdruck, also

$$p' = p/p_{H'} = p/n_{H'}kT \qquad (2.3.6)$$

mit dem $n_{H'}$ nach Gl. (2.2.2). Weiter seien folgende Abkürzungen definiert:

$$f_1=p'_H \quad f_2=p'_{H^+} \quad f_3=p'_{H^-} \quad f_4=p'_{H_2^+} \quad f_5=p'_{H_2} \quad f_e=p'_e$$

$$g_2=f_2/f_1 \quad g_3=f_3/f_1 \quad g_4=f_4 f_e/f_1 f_2 \quad g_5=f_e f_5/f_1^2$$

$$g_e = \sum_{i=2}^{14}\left[\varepsilon_i \sum_{j=1}^{2} j \left(\frac{n_j}{n}\right)_i\right] \quad a=1+g_2+g_3 \quad c=g_5 \qquad (2.3.7)$$

$$b=2(1+g_2 g_4/g_5) \quad d=g_2-g_3 \quad e=g_2 g_4/g_5 \quad c_1=cb^2+adb-ea^2$$

$$c_2=2ae-db+abg_e \qquad c_3= -(e+bg_e)$$

Dabei ist g_e der von den 14 häufigsten Elementen i (ausgenommen Wasserstoff, i=1) stammende Beitrag zum Elektronendruck, der Ionisationsgrad n_j/n wird dabei mittels der Saha-Eggert Gleichung berechnet. Man erhält aus den K(T) zunächst $g_2, g_3, \ldots g_5$, berechnet dann g_e und erhält, da p_e durch das Modell vorgegeben ist, der Reihe nach die gesuchten Drucke:

$$f_1 = -\frac{c_2}{2c_1} + \sqrt{f_1^2 - c_3/c_1} \qquad (2.3.8)$$

$$f_5 = (1 - af_1)/b \qquad (2.3.9)$$

$$f_4 = ef_5 \qquad (2.3.10)$$

$$f_3 = g_3 f_1 \qquad (2.3.11)$$

$$f_2 = g_2 f_1 \qquad (2.3.12)$$

$$f_e = f_2 - f_3 + f_4 + g_e \qquad (2.3.13)$$

und

$$p_g = p_e \left[1 + \frac{A-1+f_1+f_2+f_3+f_4+f_5}{f_e} \right] \qquad (2.3.14)$$

Dabei ist A = 1.10113 die Summe der solaren Häufigkeiten. Eine numerische Instabilität, auf die Mihalas nicht hinweist entsteht wenn f_5 in (2.3.9) sehr klein wird. Dies tritt jedoch nur in den äußersten Schichten der untersuchten Modelle auf, in diesem Fall läßt sich die Lösung mittels einiger weniger Iterationen bewerkstelligen.

2.4 Dämpfung, Voigt- und Dispersionsfunktion

Eine ausführliche Darstellung der Druckverbreiterung von Spektrallinien hat Traving (1959) gegeben. Für die hier betrachteten Linien darf die van der Waals-Dämpfung Γ_6 als

der überwiegende Beitrag zur Stoßverbreiterung angesehen werden (vgl. Holweger, 1967):

$$\Gamma = \Gamma_{rad} + \Gamma_{6} \tag{2.4.1}$$

Da sich experimentell häufig Abweichungen von der diesbezüglichen Theorie (Unsöld, 1955) ergeben haben, wird die Dämpfungskonstante Γ nach einem semiempirischen Verfahren bestimmt: In den theoretischen Ausdruck wird ein Korrekturfaktor Z* eingeführt, der einer veränderten effektiven Kernladung des stoßenden Atoms entspricht. Die mit Z* als freiem Parameter berechneten photosphärischen Linienprofile werden sodann den besten verfügbaren Beobachtungen (Delbouille und Roland, 1971) angepaßt. Dabei liefert die Anpassung der Flügel ein geeignetes Z*, während die Anpassung der Zentralintensität zusätzlich eine Verbesserung des Produktes $g_s f \varepsilon$ gestattet. Als Stoßpartner werden außer H-Atomen noch He und H_2 berücksichtigt, deren Stoßparameter C näherungsweise ihrer Polarisierbarkeit α proportional ist. Man hat dann schließlich:

$$\Gamma_{rad} = 0.22233/\lambda^2 \tag{2.4.2}$$

$$\Gamma_{6} = 1.7 \cdot 10^{1} \; C_H^{0.4} \; \frac{f_1 p_e}{f_e \cdot kT} \sum_{H,He,H_2} \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_H}\right)^{0.4} \frac{n_i}{n_H} \; v_i^{0.6} \tag{2.4.3}$$

$$v_i = \sqrt{\frac{8RT}{\pi}\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{M_i}\right)} \tag{2.4.4}$$

$$C_H = 10^{-30.5325 \cdot Z^{*2}} \left[E_{r2}^{-2} - E_{r1}^{-2}\right] \tag{2.4.5}$$

Dabei ist v_i die Relativgeschwindigkeit zwischen dem strahlenden Atom und seinem Stoßpartner i, und E_{rs} (s=1,2) bezeichnet die Ionisationsenergie der Niveaus 1 und 2:

$$E_{rs} = E_r - E_s \tag{2.4.6}$$

Mit dem so berechneten Γ erhält man nach (2.1.7) den

Dämpfungsparameter a. Damit sind beide Argumente der Funktionen H(a,v) und F(a,v) bekannt, die nunmehr berechnet werden können:
Für den häufigsten Fall kleiner Dämpfung ($a < 0.4$) gelten für H und F die folgenden Reihenentwicklungen (Harris, 1948; Rachkovsky, 1962):

$$H(a,v) = H_0 + H_1 a + H_2 a^2 + H_3 a^3 + \cdots \qquad (2.4.7)$$

$$F(a,v) = F_0 + F_1 a + F_2 a^2 + F_3 a^3 + \cdots \qquad (2.4.8)$$

Die Koeffizienten H_i und F_i sind Funktionen von v, die sich leicht berechnen lassen und in den genannten Arbeiten angegeben sind.
Mit wachsendem $a \gtrsim 0.4$ werden diese Näherungen zunehmend schlechter. Die Voigt-Funktion kann dann mit Hilfe des komplexen Fehlerintegrals berechnet werden, vgl. Gerbilskij (1972); ein geeignetes Unterprogramm von G. Rybicki haben Avrett und Loeser (1969) veröffentlicht. Im Falle der Dispersionsfunktion läßt sich für deren Logarithmus eine zu (2.4.8) analoge Approximation angeben (Wittmann, 1973):

$$\log F(a,v) = G_0 + G_1 a + G_2 a^2 + G_3 a^3 + \cdots \qquad (2.4.9)$$

Die G_i wurden als Funktionen von v der genannten Arbeit entnommen.

2.5 Auswahl der Multipletts, numerische Integration

Für die Auswahl der aufspaltenden Fraunhoferlinien, deren Stokesparameter sowohl gemessen als auch berechnet werden sollten, spielten die folgenden Kriterien eine Rolle:

a) Die Aufspaltung der Komponenten soll möglichst groß sein.

Nach Gl. (1.2) kommen hierfür vorzugsweise Linien mit großem g^* im langwelligen Teil des Spektrums in Frage.

b) Die Linie soll möglichst frei von Blends sein.

In einem Fleckenspektrum läßt sich jedoch praktisch keine Zeemanlinie auffinden, die völlig frei von Störungen durch eng benachbarte Linien ist. Daher wurden solche Linien ausgewählt, bei denen die vorhandenen Störungen möglichst gering sind.

c) Die physikalischen Parameter der Linie müssen bekannt sein.

Diese Feststellung erübrigt sich fast, da die Parameter in den Rechnungen benötigt werden. Zum Beispiel wurde während der Vorarbeiten eine wenig gestörte, weit aufspaltende Linie des Ni I bei λ = 6012.229 Å aufgefunden, deren Anfangs- und Endterme bisher nicht bekannt sind.

d) Das Aufspaltungsschema sollte nicht zu kompliziert sein.

Die schließlich ausgewählten 6 Multipletts spalten in bis zu zwei π-Komponenten und vier σ-Komponenten auf. Die wichtigsten Daten dieser Linien sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Darin bezieht sich $\Delta\lambda_H$ auf die Aufspaltung der äußersten Komponente, die Energien E_s sind in eV angegeben, und $g_1 f\varepsilon$ bezieht sich auf die empirisch bestimmten Zahlenwerte (die in der Photosphäre bis zu einem gewissen Grade auch mögliche Abweichungen vom LTE berücksichtigen).

Tabelle 1

Ausgewählte Zeeman-Multipletts

λ (Å)	Atom	Übergang	E_1	E_2	$g_1 f\varepsilon$	$\Delta\lambda_H$(mÅ/kG)
5250.216	Fe I	$a^5D_0 - z^7D_1$	.122	2.47	3.0056-10	38.606
6173.341	Fe I	$a^5P_1 - y^5D_0$	2.22	4.21	3.4609-08	44.479
6213.437	Fe I	$a^5P_1 - y^5D_1$	2.22	4.20	4.4250-08	45.059
6302.499	Fe I	$z^5P_1 - e^5D_0$	3.69	5.63	1.2306-06	46.360
6336.830	Fe I	$z^5P_1 - e^5D_1$	3.67	5.62	1.6935-06	46.866
6256.887	V I	$a^6D_{\frac{5}{2}} - z^6D_{\frac{5}{2}}$	0.28	2.25	7.9455-11	30.284

Zum Abschluß dieses theoretischen Teils bleiben nun noch einige Einzelheiten des numerischen Verfahrens zu besprechen. Zusammen mit der zugrundegelegten Modellatmosphäre sowie geeigneten Randbedingungen in großer optischer Tiefe τ_A stellt das Gleichungssystem (2.1.4) ein Anfangswertproblem dar, das mit Hilfe etwa des Runge-Kutta-Merson Verfahrens (vgl. Goettsche, 1965) schrittweise integriert werden kann. Mit τ ist hier und im folgenden stets die kontinuierliche optische Tiefe gemeint. Eine Diskussion möglicher Randbedingungen hat kürzlich Katz (1972) durchgeführt.

Proberechnungen zeigten zunächst, daß die einfachsten Anfangsbedingungen $I_A=B(\tau_A)$, $Q_A=U_A=V_A=0$ für $\tau_A > 10$ benutzt werden können. Da jedoch aus Gründen der Rechenzeit $\tau_A \approx 5$ nicht überschritten werden sollte, eignen sich etwa die von Beckers (1969a) angegebenen Bedingungen weit besser, die im Rahmen der nötigen Voraussetzungen den exakten Unno-Lösungen entsprechen:

$$\underline{S}_A = \begin{cases} I_A = + B' \eta_I/\eta^2 + B \\ Q_A = - B' \eta_Q/\eta^2 \\ U_A = - B' \eta_U/\eta^2 \\ V_A = - B' \eta_V/\eta^2 \end{cases} \qquad (2.4.10)$$

mit $B' = dB/d\tau$ und $\eta^2 = \cos\vartheta/(\eta_I^2 - \eta_Q^2 - \eta_U^2 - \eta_V^2)$.

Statt über τ selbst, das zudem noch von λ abhängt, wird die Integration zweckmäßiger über $x = \log\tau(5000\ \text{Å})$ ausgeführt, zumal auch alle Modelle als Funktionen von x vorliegen. Es gilt dann

$$dx = \frac{0.4342945\ \varkappa_K(5000)}{\tau(5000)\ \varkappa_K(\lambda)}\, d\tau \qquad (2.4.11)$$

Die folgenden Modelle, deren Brauchbarkeit sich bereits in zahlreichen Anwendungen erwiesen hat, wurden bei den Rechnungen benutzt:

a) Photosphäre: Holweger-Modell (Holweger, 1967)
b) Umbra: Hénoux-Modell (Hénoux, 1969)
c) Penumbra: Moe-Maltby Modell (Moe und Maltby, 1969)

Da die Angaben über die geometrische Höhenskala $z(\tau)$ in den genannten Arbeiten zum Teil als mangelhaft gelten müssen, wurde zu jedem Modell nach Gl. (2.1.1) eine Höhenskala neu berechnet:

$$z(\tau) = -2.30259 \int_0^x \frac{10^{x'}}{\varkappa_K \varrho} \, dx' \qquad (2.4.12)$$

Hier ist (wie in 2.1.1) ausnahmsweise $\varkappa_K$ pro Gramm Materie einzusetzen. Es ist dann z=0 für x=0 gewählt.

Um die Richtigkeit des gesamten Linienentstehungsprogramms möglichst weitgehend sicherzustellen, wurden vor Beginn der eigentlichen Modellrechnungen folgende Tests ausgeführt, die hier nicht in extenso beschrieben werden können:

a) Die Beiträge zu $\varkappa_K$ wurden für eine repräsentative Reihe von Werten λ, T, p_e einzeln ausgedruckt und mit Angaben in der Literatur verglichen.

b) Die Funktionsfähigkeit der Runge-Kutta Integration, und insbesondere deren automatische Fehlerkontrolle, wurden an einem DG-System geprüft, dessen exakte Lösung zum Vergleich über die Jordansche Normalform berechnet wurde.

c) Das Gesamtprogramm wurde geprüft, indem die exakte Unno-Lösung mit der numerischen Lösung für folgendes Modell verglichen wurde:

$$B(\tau) = 1.266 \cdot 10^{13} + 9.221 \cdot 10^{12}\,\tau \qquad a = 0.07$$

$$\Delta\lambda_D = 5 \cdot 10^{-10} \text{ cm} \quad v_H = 2.0 \quad \eta_o = 50.0 \quad \gamma = \varphi = 0.2 \text{ rad}$$

d) Schließlich wurde das Gesamtprogramm für ein Modellbeispiel sowohl mit einer IBM 7040 als auch mit einer Univac 1108 gerechnet, um Compilerfehler und dergleichen möglichst auszuschließen. Dabei wurde die in Abschnitt 2.3 erwähnte Instabilität entdeckt und eliminiert, ansonsten zeigten die Resultate völlige Übereinstimmung.

3. Die Durchführung der Polarisationsmessungen

3.1 Das photographische Polarimeter

Photographische Spektrogramme von Sonnenflecken, aufgenommen in polarisiertem Licht, dienen seit langem zur Identifikation aufspaltender Linien und zur Bestimmung der Feldstärke H, die bereits Hale (1908) zu rund 3000 G in der Umbra ermittelte. Aber auch weitere Eigenschaften des Magnetfeldes konnten mit verbesserten photographischen Verfahren untersucht werden. Zu deren wichtigsten zählen neben Verfeinerungen der normalen Polarisationsoptik (Hale und Nicholson, 1938; v. Klüber, 1948) die Pérot-Fabry Interferometrie zur Messung sehr schwacher Felder (Thiessen, 1946), die Leighton-Methode zur Sichtbarmachung der longitudinalen Feldstruktur (Leighton, 1959); ferner die Babinet-Interferometrie (Treanor, 1960; Adam, 1971) und die Lambdameter-Methode (Charvin et al., 1962; Rayrole, 1967) zur Bestimmung der Feldstruktur in Flecken.

Eine fundierte Basis zur Bestimmung des Feldvektors lieferte 1956 die im vorangegangenen besprochene Unno-Theorie, welche die bis dahin oft benutzten Intensitätsformeln von Seares (1913) als Spezialfall für $\eta_o \ll 1$ enthält. Die erste Interpretation photographisch gemessener Profile der Stokesparameter Q und V mit Hilfe der Unno-Theorie wurde von Nishi (1962) für die Linie Fe I (6302.5 Å) durchgeführt. Eine sehr gründliche Reduktion ihrer mit einem Zirkular-Analysator erhaltenen Profile des V-Parameters der Linie Fe I (6173.3 Å) haben Beckers und Schröter (1969) vorgenommen, jedoch ebenso wie Nishi noch im Rahmen der analytischen Unno-Lösungen und deren Einschränkungen.

Im folgenden wird nun ein Gerät beschrieben, das die Profile aller 4 Parameter I,Q,U,V simultan zu photographieren gestattet; es wurde im Frühjahr 1971 entwickelt und im Sommer an der Außenstation Locarno der Göttinger Sternwarte erprobt. Die Abbildung 1 gibt zunächst den schematischen Aufbau: An den vorderen Geräteteil (22 x 39 cm), der den aus 7 Prismen aufgebauten Strahlenteiler sowie die zur Analyse nötigen Phasenplatten und Wollaston-Prismen enthält, ist eine Kassette (14 x 40 cm) angesetzt, die den Filmvorschub besorgt und Filmrollen bis zu 30 m Länge

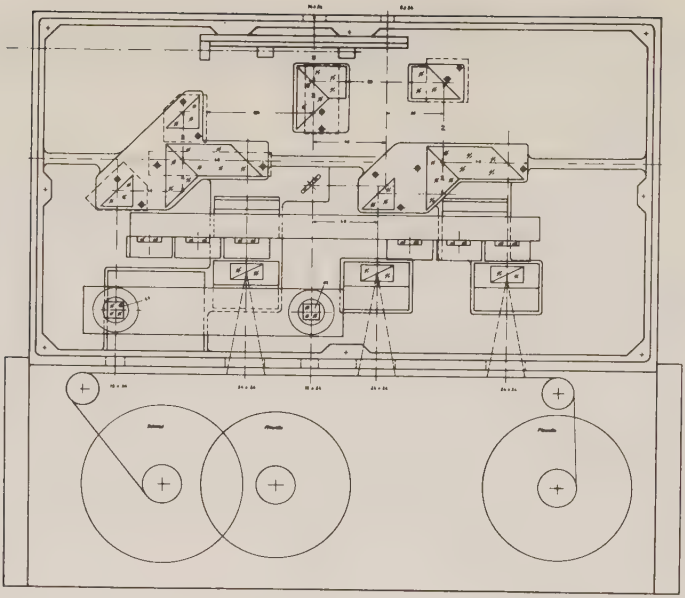
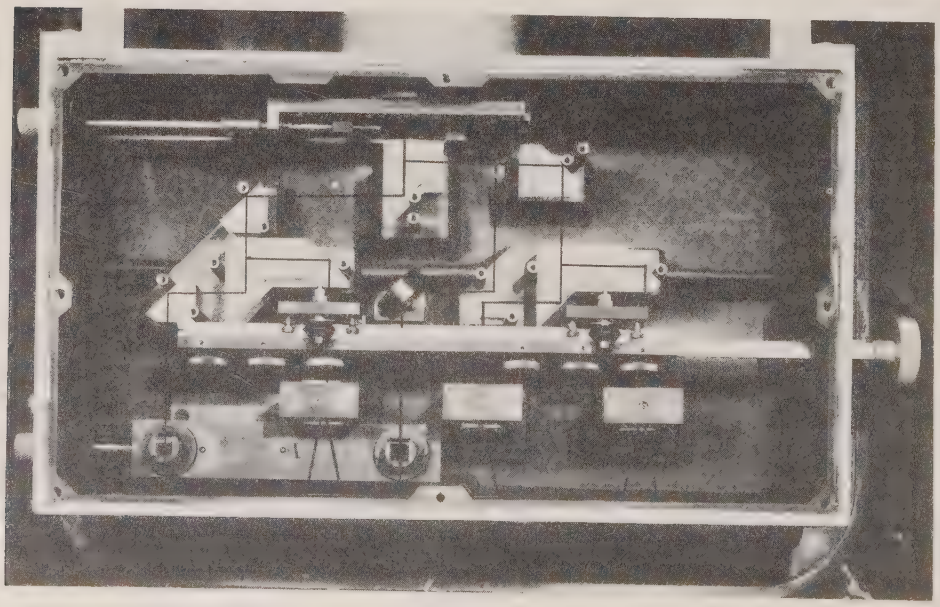


Abb. 1 (oben): Konstruktionszeichnung Abb. 2 (unten): Teilansicht



aufnehmen kann. Das Gerät wird mit seiner Vorderseite, in der sich 2 Eintrittsspalte für Linie und Kontinuum befinden, am Austrittsfenster des Echelle-Spektrographen montiert.

Zur näheren Erläuterung des Strahlengangs zeigt Abb. 2 (S.20 einen Blick in das geöffnete Gehäuse bei entfernter Filmkassette Durch den links befindlichen Eintrittsspalt gelangt das Lichtbündel (das beiderseits der Linie je etwa 800 mÅ umfaßt) auf das erste Prisma des Strahlenteilers, der es in insgesamt 4 Teilbündel zerlegt, auf deren weitere Analyse wir noch zurückkommen. Durch den rechts befindlichen Eintrittsspalt fällt das Licht im Bereich des Kontinuums auf die verspiegelte Rückseite eines kleinen Prismas+) und gelangt von dort über einen Umlenkspiegel auf einen Graukeil, der unmittelbar vor der Filmebene (in der Gehäusewand) angebracht ist. Das so entstehende Bild dient zur Eichung der Filmschwärzungen; es besitzt zu diesem Zweck eigens eine Fokusdifferenz gegenüber den anderen Abbildungen und zeigt daher keine störenden Feinstrukturen. Nahe der Zwischenwand zur Filmkassette sind 2 kleine Prismen einschiebbar, die das Licht wahlweise um 90° nach oben lenken: Dort befinden sich im Gehäusedeckel zwei Einblickokulare, die eine Beobachtung des Linienprofils I (links außen) und des Kontinuums (Mitte) ermöglichen, ohne daß das Gerät dazu abgebaut werden muß.

Die in der Mitte des Gehäuses sichtbare Schiene ist verschiebbar, sie enthält (außer 2 nahe der Mitte befindlichen frei Öffnungen) je 3 in kreisförmigen Öffnungen drehbar gelagerte $\lambda/4$-Platten (links) und $\lambda/2$-Platten (rechts) für 3 verschiedene Wellenlängen λ. Durch diese Öffnungen gelangt das Licht in die drei unterhalb der Schiene sichtbaren Wollaston-Prismen, von denen jedes 2 Teilbilder auf dem Film erzeugt. Die Größe und die Abstände aller Bilder, die auf diese Weise pro Belichtung entstehen, sind derart eingerichtet, daß der Film nach der ersten Aufnahme nur 41 mm transportiert werden muß. Die Bilder der zweiten Aufnahme nehmen dann genau die freigebliebenen Zwischenräume ein. Nach jeder zweiten Aufnahme wird der Film um eine Strecke von 260 mm transportiert, die auf einem elektrischen Zählwerk exakt ablesbar ist.

+) Die Prismenhalterungen sind in Abb. 2 zur besseren Übersicht herausgeschraubt worden.

Das gesamte optische System Teleskop-Spektrograph-Strahlenteiler erzeugt instrumentelle Polarisation, auf deren Messung und Elimination später ausführlich eingegangen wird. Klammert man diese zunächst von der Betrachtung aus, so lassen sich die Stokesparameter aus den Einzelbildern in einfacher Weise erhalten:

Entsprechend ihrer Definition (Gl. 1.3) hängen die Stokesparameter über den Winkel φ von der Wahl des Koordinatensystems ab, das im vorliegenden Fall durch die Abbildung des Spektrographen und die Orientierung der Polarisationsoptik festgelegt ist: Der Winkel φ wird in der Ebene des Spektrographen-Eintrittsspaltes von Westen über Süden positiv gezählt; die Richtung $\varphi = 90^\circ$ entspricht dabei der Spaltrichtung. Die Wirkung der Polarisationsoptik auf die Stokesparameter läßt sich nun am einfachsten mit Hilfe der zugehörigen Mueller-Matrizen (Mueller, 1948) berechnen:+)

Die schnelle Achse der $\lambda/4$-Platte ist unter $\varphi = 0^\circ$ orientiert, die Mueller-Matrix lautet dann:

$$\underline{M}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (3.1.1)$$

Die Achsen der Wollaston-Prismen sind unter 45° und 135° orientiert, bildet man die Differenz $\underline{M}_W = \underline{M}_{45} - \underline{M}_{135}$ beider Strahlen, so gilt:

$$\underline{M}_W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (3.1.2)$$

Die $\lambda/2$-Platte schließlich dreht die Polarisationsrichtung des linear polarisierten Lichtes, ihre schnelle Achse ist unter $\varphi = 22.5^\circ$ orientiert, und ihre Matrix ist

$$\underline{M}_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (3.1.3)$$

Damit erhält man im ersten Kanal (ohne Optik) unmittelbar den Stokesparameter I. In den übrigen 3 Kanälen ergibt die Differenz-

+) Beispiele für die Mueller-Matrizen optischer Systeme findet man bei Shurcliff (1962), S. 166 ff.

bildung der Intensitäten beider Teilbilder genau die Stokesparameter:

$$\underline{M}_W \cdot \underline{M}_{22} \cdot \underline{S} = \begin{pmatrix} Q \\ 0 \\ I \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (3.1.4)$$

$$\underline{M}_W \cdot \underline{S} = \begin{pmatrix} U \\ 0 \\ I \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (3.1.5)$$

$$\underline{M}_W \cdot \underline{M}_o \cdot \underline{S} = \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ I \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (3.1.6)$$

3.2 Beobachtungsmaterial und Photometrie

Aus dem gesamten im Sommer 1971 aufgenommenen Filmmaterial wurden für die vorliegende Arbeit die Aufnahmen des großen Einzelflecks Mt. Wilson No. 18488 ausgewählt, dessen Passage vom 11. Juli bis zum 24. Juli dauerte. An 7 Tagen wurden Aufnahmen in allen oder zumindest einigen der in Tab. 1 angegebenen Linien erhalten. Die Daten dieses Flecks, dessen Magnetfeld südliche Polarität aufwies, sind in Tabelle 2 (S. 24) zusammengestellt. Darin sind B_o und L_o die heliographischen Koordinaten der Scheibenmitte, B die heliographische Breite des Flecks, P der Positionswinkel der Sonnenachse und 1 μHem = $3.0437 \cdot 10^6$ km^2. Zusätzlich sind die aus der Literatur entnommenen Werte der Feldstärke H_R (Fenomeni Solari Circ., Rom; dort fälschlich als longitudinal bezeichnet) und H_S (Solnechnye Dannye Byull., Leningrad) angegeben, deren Vergleich sofort erhebliche Unterschiede offenbart.

Tabelle 3

Daten der Spektren

Linie	Bel.(s)	Film	Spalt(μ)	Disp.(mm/Å)	m	Entw.	Entw.-Zeit
5250	143-287	III-F	62	6.17	11	D-19	3 min
6173	143-287	SO-392	65	4.57	9	D-19	5 min
6213	143-287	SO-392	67	4.63	9	D-19	5 min
6257	143-287	SO-392	68	4.72	9	D-19	5 min
6303	143-287	SO-392	70	4.81	9	D-19	5 min
6337	143-287	SO-392	72	4.88	9	D-19	5 min

Tabelle 2

Daten des Flecks Mt. Wilson No. 18488

Datum Juli (UT)	cos ϑ	B (Grad)	Fläche (μHem)	H_R (Gauss)	H_S (Gauss)	P (Grad)	B_o (Grad)	L_o (Grad)	Rot. Nr.
12.5	.225	+ 4.0	460	----	----	+2.225	+ 4.06	108.660	
13.5	.438	5.0	500	2200	2700	2.670	4.16	95.425	
14.5	.643	4.0	500	2100	3000	3.115	4.26	82.195	
15.5	.799	4.0	510	2300-3200	3100	3.565	4.36	68.960	
16.5	.914	6.0	570	2800	3000	4.010	4.45	55.725	1576
17.5	.985	6.0	400	3000	3600	4.450	4.55	42.495	
18.5	.999	7.0	450	2800	3200	4.890	4.64	29.265	
19.5	.961	7.0	530	2300-2600	2800	5.330	4.73	16.035	
20.5	.866	6.0	300	2900	2700	5.765	4.83	2.805	
21.5	.731	6.0	220	1400-2800	2400	6.195	4.92	349.570	
22.5	.545	6.0	220	1700-2400	2200	6.625	5.00	336.340	1577
23.5	.342	7.0	150	1500-2200	2200	7.055	5.09	323.115	
24.5	.105	7.0	10	----	----	7.480	5.17	309.885	

Angaben über die verwendeten Spektren, wie Belichtungszeit (Bel.), Gitterordnung m, Kodak-Emulsionstyp usw. enthält die Tabelle 3 (S. 23). Vor jeder Aufnahme wurde der Eintrittsspalt zentral durch den Fleck gelegt. Die Kontrolle geschah dabei mit Hilfe eines Bildes der Fleckenumgebung auf einem Fernsehmonitor, das von Zeit zu Zeit auch auf Kleinbildfilm festgehalten wurde. Zu jeder Aufnahme wurde die zugehörige Uhrzeit protokolliert. Dies ist von höchster Wichtigkeit, da sich das Sonnenbild auf dem Eintrittsspalt mit 15 °/h dreht und man somit bezüglich des Flecks ständig in einem neuen Koordinatensystem mißt.

In Abb. 3 ist ein vollständiger Satz aller Teilbilder des Tripletts Fe I (6302.5 Å) wiedergegeben. Die beiden Teilbilder jedes Kanals sind hier wie im folgenden mit 1,2 und der Angabe des Kanals bezeichnet, also z.B. Q_1 und Q_2 für den Q-Kanal. Das Aufnahmedatum ist der 18. Juli, an dem sich der Fleck genau in der Scheibenmitte befand.

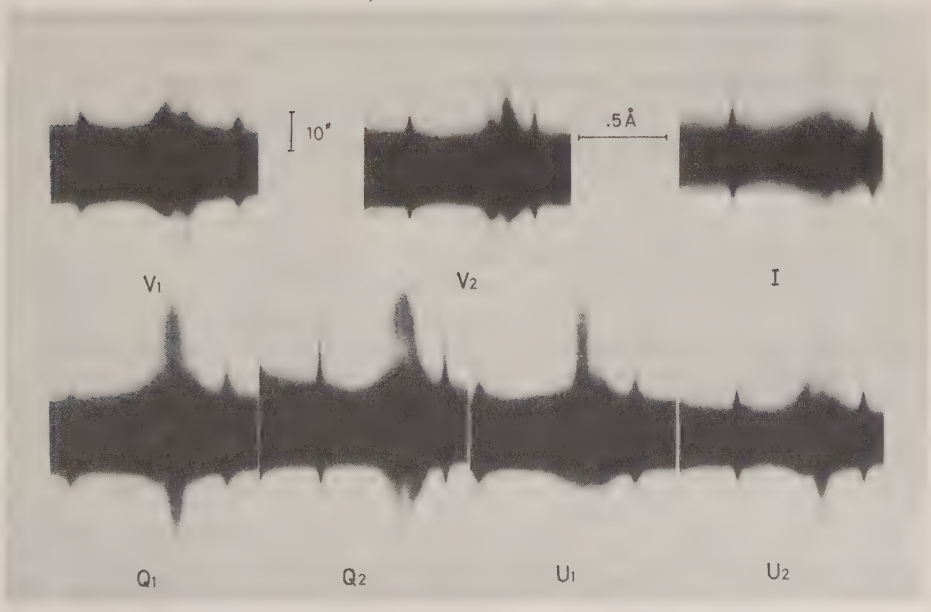


Abb. 3 Stokesparameter der Linie Fe I (6302.5 Å)

Zur Photometrie der Aufnahmen diente das im Winter 1971 fertiggestellte neue Mikrophotometer der Göttinger Sternwarte, das mit Hilfe des angeschlossenen H-316 Prozessrechners vollautomatisch betrieben werden kann. Die Meßwerte werden auf Magnetband gespeichert und anschließend im Rechenzentrum durch eine Univac 1108 MPS weiter verarbeitet. Jedes der ausgewählten Spektren wurde mit einem Meßspalt von 25 x 250 μ in folgender Weise photometriert:

In einem Abstand von 4.0 mm vom Umbrazentrum und 1.5 mm von der Linienmitte beginnt der erste Scan in der Photosphäre; er besteht aus 61 Meßpunkten im Abstand von je 50 μ (ca. 10 mÅ), die ihrerseits Mittelwerte aus je 64 Einzelmessungen der Filmtransparenz darstellen. Die 61 Meßwerte werden nach Beendigung des Scans zusammen mit einer Kennung auf Magnetband geschrieben. Der Plattentisch fährt dann in die Anfangsstellung zurück, der nächste Scan beginnt 0.250 mm ($\triangleq$ 2.0") näher zum Fleck hin usf. Die zugehörigen Standardisierungen wurden nach jeder Unterbrechung der Photometrie erneut registriert, um Fehler aufgrund einer Änderung der Betriebsbedingungen auszuschließen. Zur Veranschaulichung des Umfangs der zu verarbeitenden Daten mögen noch die folgenden Angaben dienen: Insgesamt wird der Bereich des Flecks durch 33 Scans erfaßt, zu deren automatischer Ausführung der Rechner 21 min 33 s benötigt. Zusammen wurden 244 Einzelspektren photometriert, entsprechend 87 h 38 min reiner Meßzeit und 491172 Meßwerten.

3.3 Reduktion des Materials, instrumentelle Polarisation

Der erste Schritt bei der Reduktion der vom Magnetband gelesenen Daten bestand in einer Umwandlung der Filmtransparenzen in relative Intensitäten und in der Anbringung einer mit 10 mÅ äquidistanten Wellenlängenskala entsprechend 61 Punkten von $\Delta\lambda$ = -300 mÅ bis $\Delta\lambda$ = +300 mÅ. Dabei war zu berücksichtigen, daß die Wollaston-Prismen zwei Teilbilder mit leicht verschiedener Lineardispersion liefern+). Anschließend wurde in jedem Scan die Lage des Kontinuums ermittelt. Dies geschah im Prin-

+) Zur Theorie des Wollaston-Prismas und zur Berechnung der Winkeldivergenz siehe Bartholomeyczyk (1960).

zip durch Mittelung der größten Intensitäten; dabei sorgten jedoch umfangreiche automatische Kontrollen dafür, daß Filmdefekte und Einwirkungen benachbarter Linien erkannt und angezeigt wurden. In Zweifelsfällen standen zwar Registrierungen des gesamten Bereiches von 1.6 Å zur Verfügung, doch ist eine gewisse Unsicherheit des Kontinuums unvermeidbar, da zu dessen Festlegung eigentlich ein größerer Bereich des Spektrums nötig wäre. Die Intensitäten nahe den 4 Ecken des Scanbereiches lieferten als Mittelwert I_P die Photosphärenintensität im Kontinuum, auf die sodann alle Kontinua I''_K normiert wurden. Durch diese 33 Werte $\Phi'' = I''_K/I_P$ ist dann jeweils das beobachtete, durch Seeing und Streulicht verfälschte Fleckenprofil gekennzeichnet, das später für die Streulichtkorrektur der Stokesparameter und die Berechnung des wahren Profils $\Phi = I_K/I_P$ benötigt wird. Den Abschluß dieses ersten Schritts bildete sodann die graphische Ausgabe aller Scans auf einem Calcomp-Plotter, die zur abschließenden Kontrolle der Profile und der λ -Skala diente. Damit lagen für alle Scans und alle Teilbilder die beobachteten Parameter I, Q_1, Q_2, U_1, U_2, V_1, V_2 in Einheiten des jeweils benachbarten Kontinuums vor, deren Differenz im Prinzip die Stokesparameter liefert.

Wie bereits erwähnt, bilden nun aber Teleskop, Spektrograph und Strahlenteiler ein optisches System, das instrumentelle Polarisation erzeugt und damit die Stokesparameter verfälscht. Besonders auffallend ist die durch das Echelle-Gitter bewirkte lineare Polarisation, die in der Regel parallel zu den Gitterstrichen und damit parallel zur Spaltrichtung auftritt. Zur Messung und Elimination der instrumentellen Polarisation wurde von folgenden Überlegungen ausgegangen:

Bezeichnet man die 4 Kanäle des Polarimeters, die zur Messun von $\underline{S}=(I,Q,U,V)$ dienen, mit $k = 1,2,3,4$, so bildet jeder Kanal zusammen mit Teleskop und Spektrograph ein System, dessen Mueller-Matrix mit $\underline{M}_k$ bezeichnet sei. Fällt nun Licht mit den wahren Stokesparametern $\underline{S}$ in das System ein, so resultiert in jedem Kanal k ein anderer Vektor

$$\underline{S}'_k = \underline{M}_k \cdot \underline{S} \qquad (3.3.1)$$

von dem aber nur die jeweilige Komponente S'_k gemessen werden

kann. Faßt man jedoch die betreffenden Zeilen der Matrizen $\underline{M}_k$ zu einer neuen Matrix $\underline{M}$ zusammen, so gilt:

$$\underline{S}' = \underline{M} \cdot \underline{S} = (m_{ij}) \cdot \underline{S} \qquad (3.3.2)$$

und $\underline{S}'$ ist nun ein meßbarer Vektor. Da alle Intensitäten relativ, d.h. auf das Kontinuum bezogen sind, kann ohne Einschränkung $m_{11}=1$ gesetzt werden. Dann sind aber die übrigen Elemente m_{ij} leicht meßbar, indem man in 4 Experimenten der Reihe nach unpolarisiertes bzw. polarisiertes Licht konstanter Intensität mit folgenden Stokesparametern einfallen läßt:

$$\underline{S}_a = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{S}_b = \begin{pmatrix} I \\ I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{S}_c = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ I \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{S}_d = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ I \end{pmatrix} \qquad (3.3.3)$$

Da man in den Fällen b)-d) Polarisationsfolien vor der Teleskopöffnung anbringen muß, kann diese Messung in Wirklichkeit nicht bei konstanter Intensität vorgenommen werden. Jedoch können die Transmissionen der Folien leicht photoelektrisch gemessen werden und dann die Intensitäten entsprechend umgerechnet werden. Man hat dabei nur zu beachten, daß die Transmissionen für verschiedene Arten polarisierten Lichts verschieden definiert sind (vgl. Shurcliff, 1962).

Es sei noch darauf aufmerksam gemacht, daß die Relation $I'^2 = Q'^2 + U'^2 + V'^2$ für die in den Fällen a)-d) beobachteten Parameter nicht mehr gilt, da $\underline{M}$ keine Mueller-Matrix ist. Bezieht man alle Parameter auf $I'_a = m_{11} I = I$, so erhält man die m_{ij} nach kurzer Rechnung[+)] als:

$$\begin{array}{llll} m_{11}=1 & m_{12}=I'_b - 1 & m_{13}=I'_c - 1 & m_{14}=I'_d - 1 \\ m_{21}=Q'_a & m_{22}=Q'_b - Q'_a & m_{23}=Q'_c - Q'_a & m_{24}=Q'_d - Q'_a \\ m_{31}=U'_a & m_{32}=U'_b - U'_a & m_{33}=U'_c - U'_a & m_{34}=U'_d - U'_a \\ m_{41}=V'_a & m_{42}=V'_b - V'_a & m_{43}=V'_c - V'_a & m_{44}=V'_d - V'_a \end{array} \qquad (3.3.4)$$

Mit Hilfe von Käsemann-Polarisationsfolien PV-140 und PW-44,

+) z.B. ist offensichtlich $Q'_a = m_{21} I = m_{21} I'_a$ und $Q'_b = m_{21} I + m_{22} I = Q'_a + m_{22} I'_a$, woraus $m_{22} = (Q'_b - Q'_a)$ in Einheiten von I'_a folgt.

die trotz ihres Durchmessers von rund 40 cm sehr präzise und vollständig polarisieren, wurden zu zwei verschiedenen Tageszeiten die oben beschriebenen Messungen durchgeführt. Die Aufnahmen erfolgten für alle Wellenlängen (Tab. 1) bei weit geöffnetem Spalt mit 6.4 und 12.8 s Belichtungszeit auf Kodak I-F Emulsion; eine Meßreihe bestand somit aus 48 Belichtungen. Im Rahmen der Genauigkeit der Photometrie wurde keine Abhängigkeit der Intensität im I-Kanal vom einfallenden Licht gefunden, und die Ergebnisse für die Wellenlängen 6173 Å $\leq \lambda \leq$ 6337 Å konnten zu einer Matrix $\underline{M}_1$ zusammengefaßt werden, während $\underline{M}_2 = \underline{M}(5250)$. Die geringe tageszeitliche Variation ist in den angegebenen Fehlergrenzen enthalten+):

$$\underline{M}_1 = \begin{pmatrix} 1.000\pm.100 & 0.000\pm.150 & .000\pm.150 & .000\pm.150 \\ -1.570\pm.080 & 2.242\pm.060 & .090\pm.120 & .339\pm.300 \\ -0.009\pm.005 & -0.216\pm.070 & .972\pm.023 & .180\pm.110 \\ 0.059\pm.040 & -0.143\pm.002 & .206\pm.012 & .969\pm.080 \end{pmatrix} \qquad (3.3.5)$$

$$\underline{M}_2 = \begin{pmatrix} 1.000\pm.150 & 0.000\pm.200 & .000\pm.200 & .000\pm.200 \\ -1.281\pm.090 & 1.755\pm.070 & .585\pm.040 & .238\pm.020 \\ 0.023\pm.030 & -0.251\pm.030 & .611\pm.020 & .488\pm.030 \\ 0.172\pm.020 & -0.278\pm.040 & -.426\pm.006 & .851\pm.040 \end{pmatrix} \qquad (3.3.6)$$

Die Gl. (3.3.2) gilt mit diesen Instrumenten-Matrizen nur dann, wenn in $\underline{S}'$ alle Stokesparameter auf die Intensität $I'_K(I)$ des Kontinuums im I-Kanal bezogen sind. Da die gemessenen Profile aber zunächst auf das Kontinuum des betreffenden Teilbildes bezogen sind, muß vor der Differenzbildung noch mit der zugehörigen Transmission für unpolarisiertes Licht multipliziert werden; also z.B. für Q:

$$Q' = Q'_2 \cdot I'_K(Q_2)/I'_K(I) - Q'_1 \cdot I'_K(Q_1)/I'_K(I) \qquad (3.3.7)$$

+) Es sei daran erinnert, daß die $\underline{M}_1$ keine Mueller-Matrizen darstellen, d.h. die relativen Fehler sind auf das jeweilige Diagonalelement zu beziehen. Ist z.B. I=0.7, Q=0, U=V=0.1, so ist für $\underline{M}_1$: U'=(0.1089±.0168). Die tageszeitliche Variation konnte aus 2 Gründen nicht genau bestimmt werden: Zum einen ist sie von der Größenordnung des Meßfehlers, und zum anderen benötigen die 48 Einstellungen pro Meßreihe so viel Zeit, daß eine Meßreihe keinem bestimmten Zeitpunkt mehr zugeschrieben werden kann.

Schließlich wurde für die pro Aufnahme auf diese Weise erhaltenen Vektoren $\underline{S}'$ jeweils das lineare Gleichungssystem (3.3.2) mit Hilfe des Gauss-Verfahrens gelöst.

Die Resultate $\underline{S}$ müssen sodann auf ein gemeinsames Koordinatensystem (x,y) transformiert werden, da das Sonnenbild in der Spaltebene rotiert. Das feste Koordinatensystem, dessen y-Achse mit der Richtung +Q ($\varphi = 0^{\circ}$) zusammenfällt, wurde so gewählt, daß die x-Achse am Himmel stets nach Osten und die y-Achse stets nach Norden weist (das Sonnenbild auf dem Spalt ist seitenverkehrt). Der Winkel φ wird dann stets nach Westen positiv gezählt. Bildet das momentane Koordinatensystem der Beobachtung einen Winkel α mit dem festen System, so bleiben die beobachteten I* und V* unverändert, während sich Q* und U* wie folgt transformieren:

$$\begin{aligned} Q &= Q^*\cos 2\alpha + U^*\sin 2\alpha \\ U &= U^*\cos 2\alpha - Q^*\sin 2\alpha \end{aligned} \qquad (3.3.8)$$

3.4 Reduktion des Materials, Streulicht- und Seeingkorrektur

Die in der Erdatmosphäre stets vorhandene Turbulenz bewirkt eine zeitlich rasch veränderliche Bildbewegung und -unschärfe (Seeing). Zusätzlich gelangt aus dem Himmelsstreulicht und durch Streuung im optischen System Falschlicht in den Bereich des Flecks (Scattering). Die dabei wirksamen physikalischen Zusammenhänge (Variation des Brechungsindex in Turbulenzelementen, Vorwärtsstreuung an Staubteilchen usw.) sind bei weitem noch nicht ausreichend erforscht, um eine völlig strenge Korrektur zu gestatten, doch ist eine näherungsweise Elimination beider Einflüsse möglich. Der diesbezügliche Formalismus ist bei Wittmann (1969) und Wittmann und Schröter (1969) ausführlich beschrieben und soll hier nicht wiederholt werden.

Die Kontraste von Umbra und Penumbra Φ_u und Φ_{pe} hängen im betrachteten Bereich in guter Näherung linear von der Wellenlänge ab. Es ist daher zweckmäßig, die beobachteten Profile Φ'' für die 6 Wellenlängen zu mitteln. Diese gelten dann für die Wellenlänge $\overline{\lambda}$ = 6089 Å, und aus den korrigierten Profilen kann auf die gewünschte Wellenlänge zurückgerechnet werden.

Die λ-Abhängigkeit des Streulichts braucht dabei offensichtlich nicht bekannt zu sein, da statt dessen die λ-Abhängigkeit der wahren Kontraste als bekannt vorausgesetzt wird. Die aus den Spektren erhaltenen Umbraintensitäten ϕ''_u nehmen im erfaßten Bereich $0.44 \leq \cos\vartheta \leq 1.00$ linear zu:

$$\phi''_u = 0.170 + 0.272\ (1 - \cos\vartheta) \qquad (3.4.1)$$

Die Fleckenprofile ϕ'' wurden zunächst nach einem Iterationsverfahren (vgl. Wittmann, 1971) für den Einfluß der Nahwirkung des Seeing korrigiert. Die wirksame Punktstreufunktion S wurde bestimmt, indem die beobachteten Intensitätsverteilungen mit Gauss-Funktionen zunehmender Breite so lange entfaltet wurden, bis sich realistische Fleckenprofile mit scharf begrenzter Penumbra ergaben. Es zeigte sich dabei, daß S in allen Fällen am besten durch

$$S(x) = \frac{1}{3.5\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2/12.25} \qquad (3.4.2)$$

beschrieben wird, wobei x (in Bogensekunden) die räumliche Koordinate entlang des Spaltes ist. Die Entfaltung mit der Funktion S lieferte die durch Streulicht verfälschten Profile, deren Umbrakontrast durch

$$\phi'_u = 0.170 + 0.208\ (1 - \cos\vartheta) \qquad (3.4.3)$$

gegeben ist. Um den Streulichtanteil zu ermitteln, wurde nun für die wahre Umbraintensität bei $\bar{\lambda}$ und $\cos\vartheta = 1$ der Wert $\phi_u = 0.130$ nach Wöhl et al. (1970) angenommen und zusätzlich eine Mitte-Rand Variation (Wittmann und Schröter, 1969) angebracht.
Mit dem aus ϕ_u und ϕ'_u ermittelten Streulichtanteil s erhält man dann das korrigierte Fleckenprofil ϕ. Das hier benutzte Verfahren unterscheidet nicht zwischen eigentlichem Streulicht und einem zeitlichen Mittel der Fernwirkung des Seeing, das daher im Streulichtbetrag implizit enthalten ist.

Ist nun $P''(x,\Delta\lambda)$ das an der Stelle x des Spaltes erhaltene Linienprofil eines der 4 Stokesparameter, so gilt für das vom Streulicht befreite Profil:

$$P' = P'' + \frac{s\cdot(P'' - P_p)}{\Phi(x)\cdot(1 - s)} \qquad (3.4.4)$$

Dabei ist P_p der Stokesparameter in der Photosphäre, der also außer im Falle P = I verschwindet. Die Streulichtkorrektur wirkt sich daher auf Q, U und V amplitudenvergrößernd aus.

Die Entfaltung der Profile $P'(x,\Delta\lambda)$ liefert die wahren Profile P. Die unvermeidlichen Fluktuationen hoher räumlicher Frequenz (Noise-Fluktuationen) werden dabei jedoch erheblich verstärkt. Auf diese Weise können gelegentlich Störungen erzeugt werden, deren Amplituden die Größenordnung der Profile selbst erreichen. Diese Schwierigkeit kann grundsätzlich nur durch bessere Seeingbedingungen behoben werden, die am Beobachtungsort in Locarno jedoch nur selten herrschen. Die Basis der in Abschnitt 4 behandelten Interpretation mußten daher überwiegend die für Streulicht korrigierten Profile P' bilden, während die entzerrten Profile P in Einzelfällen zur Ergänzung herangezogen wurden.

Auch unter den besten Seeingbedingungen ist der Anwendungsbereich des Polarimeters begrenzt: Bei Feldstärken von einigen hundert G oder weniger gewinnen die stets vorhandenen instrumentellen Unzulänglichkeiten (endliche Auflösung des Spektrographen, Körnigkeit des Films usw.) an Bedeutung. Daher muß die Messung von Profilen der Stokesparameter auf den Bereich von Sonnenflecken beschränkt bleiben. Da mit einem Magnetographen modulierte und zudem über die Meßspalte integrierte Polarisationsgrade gemessen werden, kann dieser zu kleineren Feldstärken vordringen. Das im Abschnitt 2 beschriebene Rechenprogramm ZEEMANLINES liefert neben den Profilen auch die integrierten Polarisationsgrade, es kann daher bei Vorgabe der Spaltdimensionen auch zur Interpretation von Magnetographensignalen bei sehr kleinen Feldstärken Verwendung finden. Ein Beispiel dafür findet sich im Abschnitt 5.

4. Die Magnetfeldstruktur in Sonnenflecken, numerische und experimentelle Resultate

4.1 Der vertikale Gradient der magnetischen Feldstärke

Das Erscheinungsbild der Sonnenflecken umfaßt neben kleinen Poren und nahezu kreisförmigen Einzelflecken auch ausgedehnte komplexe Gruppen, in denen zahlreiche Umbren und Penumbren mit höchst unregelmäßiger Struktur vereinigt sind. Man darf annehmen, daß das Magnetfeld solcher Gruppen eine außerordentlich komplizierte Struktur aufweist, deren Bestimmung ein ungelöstes Problem darstellt+). Zusätzliche Schwierigkeiten bereiten die stets vorhandenen Inhomogenitäten der Penumbra (Filamente), ferner die häufig auftretenden Feinstrukturen der Umbra (helle Punkte, Lichtbrücken), und schließlich auch Änderungen der Feldstärke, die mit einer zeitlichen Entwicklung des Flecks verbunden sind. Um überhaupt zu Aussagen zu gelangen, beschränkt man sich daher i.a. auf eine stabile Phase in der Entwicklung unipolarer, nahezu kreisförmiger Einzelflecken und mittelt über die Feinstrukturen von Umbra und Penumbra, die in Spektren nur selten aufgelöst werden können. Dementsprechend sind auch die benutzten Modelle (S. 17) homogener Natur, d.h. sie geben die über horizontale Fluktuationen gemittelte Schichtung an. Die nach dem Beginn der Modellrechnungen publizierten Umbramodelle (Stellmacher und Wiehr, 1970; Yun, 1971; Kneer, 1972a) entsprechen näherungsweise dem Hénoux-Modell.

Die oben genannten Bedingungen treffen auf den hier untersuchten Fleck für die erste Hälfte seiner Passage zu. Am 19. Juli hatte der Fleck eine längliche Form, und eine Lichtbrücke trennte die Umbra in 2 Teile. Es sei hier vorweggenommen, daß an diesem Tag in der Umbra eine Feldneigung von etwa 60° gegen die Normale auftrat, während das Feld an allen Tagen zuvor nahezu vertikale Richtung ($\gamma \approx \vartheta$) aufwies. Die Ergebnisse dieses Abschnitts beruhen daher vorwiegend auf den Beobachtungen

+) Vergleicht man das Aussehen unregelmäßiger Flecken, so besteht oft eine frappierende Ähnlichkeit zwischen Flecken, die zu völlig verschiedenen Zeiten auftraten.

aus dem Zeitraum 13. Juli - 18. Juli.
Führt man entsprechend der idealisierten Geometrie des Flecks Zylinderkoordinaten (r,χ,z) ein, so ist der Vektor $\underline{H}$ der magnetischen Feldstärke durch seinen Betrag H, seinen Neigungswinkel ψ gegen die z-Richtung und durch das Feldazimut φ bestimmt:

$$\underline{H}(r,\chi,z) = H \cdot \begin{pmatrix} \sin\psi \cos(\varphi - \chi) \\ \sin\psi \sin(\varphi - \chi) \\ \cos\psi \end{pmatrix} \qquad (4.1.1)$$

Die rechts auftretenden Größen sind Funktionen von r,z,χ. Für den Gradienten der magnetischen Feldstärke gilt:

$$\text{grad } H = \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial \chi} \\ \frac{\partial H}{\partial z} \end{pmatrix} \qquad (4.1.2)$$

Dabei ist χ die Winkelkoordinate und r die radiale Koordinate, r=1 entspricht dem Fleckenradius von $2.0 \cdot 10^4$ km. Da die Spaltrichtungen bei der Beobachtung nur diskreten Winkeln χ entsprachen und keineswegs den gesamten Fleck ($\chi = 0\text{-}180^\circ$) überdeckten, wird im folgenden Rotationssymmetrie angenommen:

$$H = H(r,z) \qquad \frac{\partial H}{\partial \chi} = 0 \qquad (4.1.3)$$

Die Messungen bei den verfügbaren Spaltrichtungen bestätigen im Rahmen der Meßgenauigkeit diesen Ansatz.

Das Ziel ist es nun zunächst, aus der in den verschiedenen Linien und unter den verschiedenen Winkeln ϑ beobachteten Verteilung H(r) der magnetischen Feldstärke die Funktion H(r,z) abzuleiten, durch die dann auch grad H unmittelbar bestimmt ist. Zur Ermittlung des Betrages H wurde zuerst mit Hilfe von ZEEMANLINES berechnet, welche Aufspaltung $\Delta\lambda_V$ die Extrema des V-Parameters der Tripletts bei einer bestimmten Feldstärke aufweisen. Dabei zeigte sich, daß $\Delta\lambda_V$ bei großen Feldstärken dem nach Gl. (1.2) zu erwartenden Wert entspricht, während

bei kleinen Feldstärken stets eine zu große Aufspaltung resultiert. Man versteht dies sofort, wenn man die Subtraktion der Profile V_1 und V_2 in solchen Fällen betrachtet, in denen die Eigenbreite dieser Profile in der Größenordnung der Aufspaltung liegt; z.B. entsprechen einer beobachteten Feldstärke von 2 kG wahre Feldstärken von 1.5 kG bzw. 1.8 kG im Falle der Linien 5250 bzw. 6303. Wie die Rechnungen ferner zeigten, ist die Mitwirkung der magnetooptischen Effekte dabei von untergeordneter Bedeutung.

Aus den V-Profilen der Tripletts wurden nun die $\Delta\lambda_V$ für alle Scans entnommen und mit Hilfe von Eichkurven in die zugehörigen wahren Feldstärken verwandelt. Die korrigierte Aufspaltung in der Umbra ($r < 0.4$) oder Penumbra ($r \geq 0.4$) entspricht der Feldstärke am Entstehungsort (r,z) der betreffenden Linie, deren Entstehunghöhe z=z(r) vom Modell und damit auch von r abhängt. Dabei ist zusätzlich der Wilson-Effekt (s. Abschnitt 4.2) zu berücksichtigen. Wie wir im einzelnen noch sehen werden, ergab die Auftragung der radialen Verteilung H(r)/H(0) für verschiedene Linien stets dieselbe Kurve f(r), d.h. der radiale Feldtärkeverlauf ist in allen erfaßten Schichten ähnlich. Um zu einem mit der Beobachtung verträglichen Modell der Feldverteilung zu gelangen, liegt es daher nahe, die Feldstärkeverteilung H(0,z) im Fleckenzentrum und die Funktionen z(r) zu bestimmen und sodann den Ansatz (4.1.3) ähnlich wie bei Schlüter und Temesvary (1958) zu separieren:

$$H(r,z) = H(0,z)\cdot g(r)$$
$$\frac{\partial H}{\partial r} = H(0,z)\cdot\frac{dg}{dr} \qquad (4.1.4)$$

Schließlich hat man g(r) zu ermitteln und als Bestätigung zu verlangen, daß die Bedingung

$$\frac{H(r,z(r))}{H(0,z(0))} = f(r) \qquad (4.1.5)$$

erfüllt wird. Die Bestimmung von H(r,z) reduziert sich damit auf die Bestimmung der im Teilabschnitt 4.2 behandelten

Funktion g(r) sowie der Funktion H(0,z), der wir uns zunächst zuwenden:

Die Auftragung der Feldstärken H (in G) im Umbrazentrum gegen $\cos\vartheta$ lieferte die folgenden Mitte-Rand Variationen (MRV):

$$H = \begin{cases} 1496 + 514\cdot\cos\vartheta & \\ 1610 + 1010\cdot\cos\vartheta & \text{für} \\ 1316 + 1584\cdot\cos\vartheta & \\ 1750 + 900\cdot\cos\vartheta & \end{cases} \begin{matrix} 5250.2\ \text{Å} \\ 6173.3\ \text{Å} \\ 6256.9\ \text{Å} \\ 6302.5\ \text{Å} \end{matrix} \qquad (4.1.6)$$

Als mittlere, für diesen Fleck gewissermaßen charakteristische Umbrafeldstärke bei $\cos\vartheta = 1$ ergab sich $H_m = (2700\pm100)$ G . Dieser Wert entspricht etwa der in den Linien 6173 und 6303 gefundenen Feldstärke, er ist um 500 G kleiner, als aufgrund der Fläche des Flecks und der bekannten Formel von Houtgast und van Sluiters (1948) zu erwarten wäre. Trotz der beschriebenen Korrektur stimmt hingegen die MRV einigermaßen mit der von Cowling (1946) angegebenen Beziehung

$$H = 2000 + 900\cdot\cos\vartheta \qquad (4.1.7)$$

überein. Die Vermutung Mattigs (1958), daß die von Houtgast und van Sluiters (1948) beobachtete MRV überwiegend auf den Einfluß des Falschlichts im I-Profil zurückgehe, bestätigt sich danach nicht.

Die aus der Linie 6257 abgeleitete Feldstärke ist deutlich größer als H_m; dieser Umstand ist auch in der bei Adam (1971) gegebenen Fig. 5 augenfällig. Hingegen zeigt die Linie 5250 stets eine deutlich kleinere Feldstärke. Es liegt nahe, diese Unterschiede ebenso wie die MRV als Auswirkung einer z-Abhängigkeit der Feldstärke zu deuten, die sich bei bekannter Entstehungshöhe der Linien sofort bestimmen ließe. Von dieser wird man dann fordern, daß sie sowohl die MRV als auch die Unterschiede zwischen den Linien in konsistenter Weise erklärt. Nun entstehen die Linien zwar in einem ausgedehnten Höhenbereich der Atmosphäre, unterteilt man diesen jedoch in dünne Schichten gleicher Dicke, so liefert eine dieser Schichten den größten Einzelbeitrag zur Linie. Unter der Entstehungshöhe einer Linie soll daher im folgenden die Höhe z verstanden wer-

den, in der sich jene Schicht befindet. Nach Staude (1972) kann diese für die einzelnen Stokesparameter durchaus verschieden sein.

Die direkte numerische Integration mit Hilfe des Rechenprogramms ermöglicht es, die Problematik der analytischen Berechnung von Entstehungshöhen über Gewichtsfunktionen (vgl. den Abschnitt "Beitragskurven" bei Gussmann, 1967) völlig zu vermeiden; für die vorliegende Arbeit wurde folgendes Verfahren zur Berechnung der Entstehunghöhe z_V des V-Parameters entwickelt:

Es wird eine dünne Schicht der Modellatmosphäre mit einem Magnetfeld $H \neq 0$ versehen, außerhalb der Schicht ist $H = 0$. Läßt man die Schicht von innen nach außen wandern und berechnet jedesmal das Profil des V-Parameters, so erhält man die gewünschten Beitragskurven. Als Maß für den Beitrag wurde im vorliegenden Fall die Maximalamplitude V_{max} des V-Parameters gewählt. Die Schichtdicke wurde so adjustiert, daß jede weitere Verringerung keine Änderung der Beitragskurve zur Folge hatte.

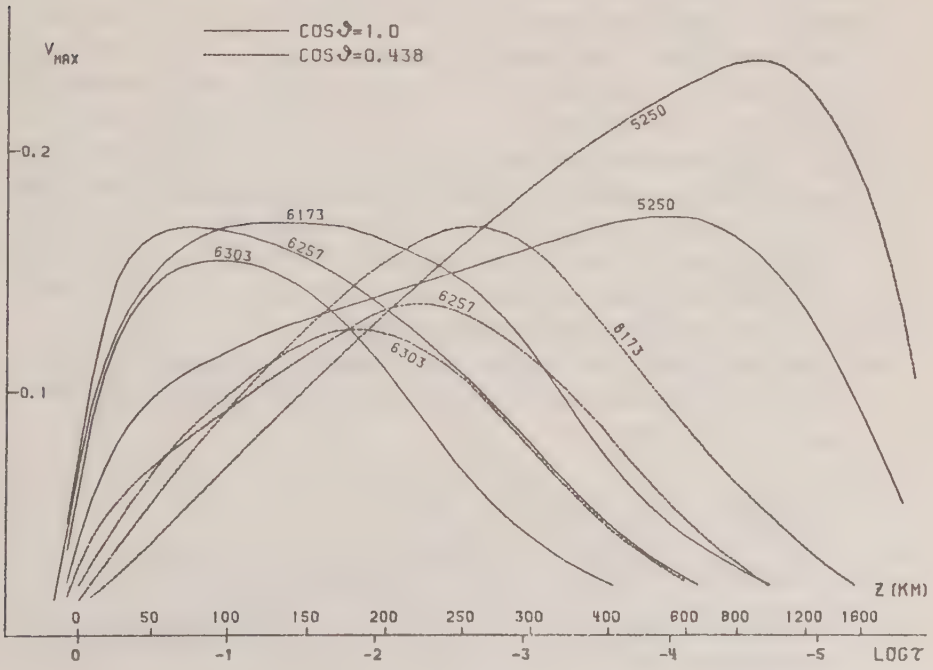


Abb. 4 Beitragskurven

Die so ermittelten Kurven sind für 2 verschiedene Winkel ϑ in Abbildung 4 wiedergegeben. Die daraus entnommenen Entstehungshöhen entsprechen in etwa den Maximal- und Schwerpunktsabszissen, sie sind (mit 2 Ausnahmen) für alle Modelle und den Fall $\vartheta = 0$ in Tabelle 4 zusammengefaßt; z=0 entspricht dabei stets τ_K=1.

Tabelle 4

Entstehungshöhen z_V (in km)+)

Linie	Umbra	Penumbra	Photosphäre	Umbra, ϑ=64°
5250.2	540	230	240	830
6173.3	135	220	230	255
6213.4	120	---	210	---
6302.5	90	190	230	175
6336.8	75	---	210	---
6256.9	65	200	175	210

Die z_V für die Umbra entsprechen der Erwartung insofern, als die Linie 5250 am höchsten und die Linie 6257 am tiefsten entsteht. Es muß hier jedoch betont werden, daß die Zahlenwerte ganz wesentlich vom zugrundeliegenden Modell sowie vom Produkt $g_s f \varepsilon$ abhängen. Befindet sich der Fleck nahe dem Rand der Sonnenscheibe, so nehmen die z_V zu; ihre der Situation vom 13. Juli entsprechenden Werte sind für das Umbramodell ebenfalls angegeben. Aus den damit für jede Linie bekannten Funktionen $z_V = z_V(\cos\vartheta)$ und $H = H(\cos\vartheta)$ erhält man die in Abbildung 5 eingetragenen Meßpunkte, die für $\vartheta = 0$ und $\vartheta = 64°$ durch eine gestrichelte Linie verbunden sind. Zu deren Interpretation seien folgende Grenzfälle betrachtet:

a) Falls die MRV entgegen aller Wahrscheinlichkeit allein durch Falschlicht bedingt ist, ergeben die Feldstärken für $\cos\vartheta = 1$ allein:

$$\text{a)}\quad \frac{\partial H}{\partial z} = (-1.7 \pm 0.5)\cdot g(r) \quad \text{G/km} \qquad (4.1.8)$$

b) Falls die MRV durch eine unbekannte zeitliche Entwicklung

+) Die fehlenden z_V wurden bei der Auswertung nicht benötigt, wegen der aufwendigen Rechnungen wurde auf ihre Bestimmung verzichtet.

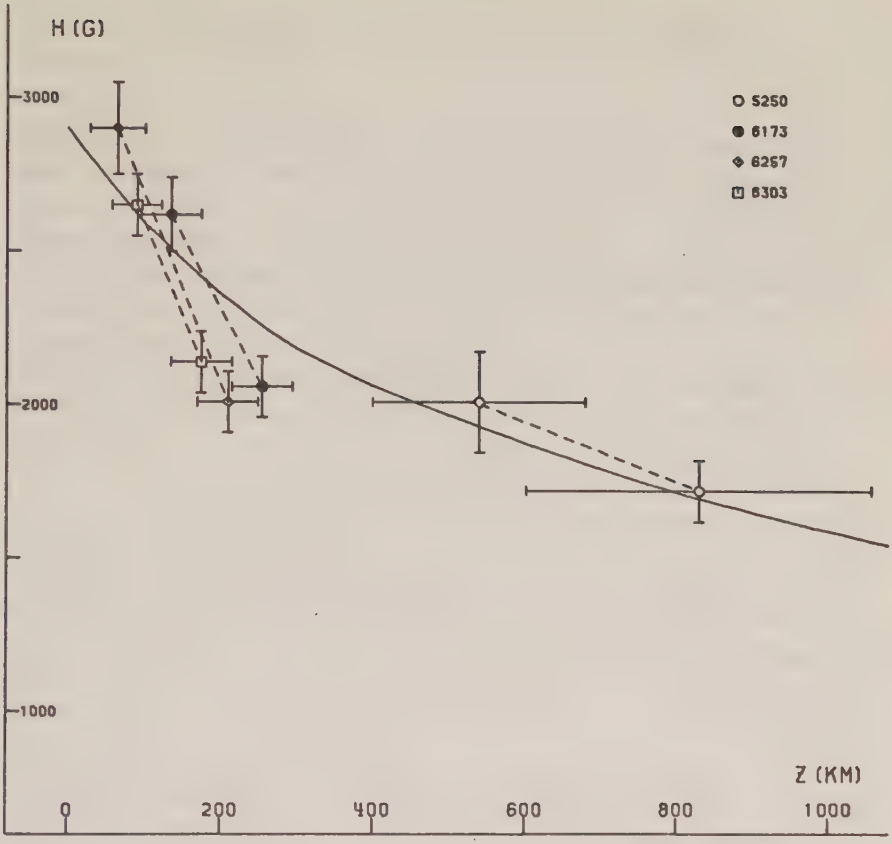


Abb. 5 Die Funktion H(0,z)

des Fleckenfeldes verfälscht ist (z.B. Zunahme vom 13.-18. Juli, also Zunahme mit $\cos\vartheta$), so ergeben die für jede Linie über $\cos\vartheta$ gemittelten Feldstärken:

$$b)\ \frac{\partial H}{\partial z} = (-1.0\pm0.5)\cdot g(r)\quad G/km \qquad (4.1.9)$$

c) Kommt die beobachtete MRV allein durch die Tiefenabhängigkeit des Feldes zustande, so wird $(\text{grad } H)_z$ entsprechend den gestrichelten Linien auch eine Funktion von z, zum Beispiel:

$$c)\ \frac{\partial H}{\partial z} = \begin{cases} (-1.0\pm0.5)\cdot g(r) \\ (-5.6\pm2.0)\cdot g(r) \end{cases} \quad G/km \text{ bei } z = \begin{cases} 700 \text{ km} \\ 150 \text{ km} \end{cases} \qquad (4.1.10)$$

Die aus der Extrapolation des Hénoux-Modells für große z entstehende Unsicherheit der z-Skala hat für r=0 eine Unsicherheit $\Delta\partial H/\partial z = \pm 0.7$ G/km zur Folge. Insgesamt wird der in Tabelle 5 als Endresultat gegebene Verlauf allen genannten Gesichtspunkten am besten gerecht, er entspricht der Kurve in Abb. 5. Die relative Fehlergrenze beträgt dabei allerdings ±50 %, d.h. die Messungen ergeben einen mittleren Betrag des Gradienten von 1.5 G/km und deuten eine mögliche Zunahme von außen nach innen an. Approximiert man die Kurve durch eine Exponentialfunktion

$$H(0,z) = H_o \cdot e^{-z/Z_H} \qquad (4.1.11)$$

so erhält man als Skalenhöhe Z_H=1330 km und H_o=2900 G als Feldstärke bei τ_K=1 (H_m entspricht einem kleineren τ). Also hat man mit z in km:

$$H(0,z) = 2900 \cdot e^{-0.00075\, z} \qquad (4.1.12)$$

Die Feldstärken der Penumbra zeigten keine MRV, allerdings wächst dabei die Unsicherheit, da einerseits unaufgelöste Unterschiede zwischen dunklen und hellen Filamenten vorhanden sein können und andererseits die kleineren Feldstärken weniger genau zu messen sind.

Tabelle 5

grad H, z-Komponente

z(km)	H(G)	$-\frac{\partial H}{\partial z}/g(r)$ (G/km)
50	2750	3.0
150	2470	2.3
300	2180	1.5
500	1970	0.9
700	1790	0.8
900	1650	0.6

In der Linie 5250 ist eine kleinere Feldstärke angedeutet als in den übrigen Linien, und die Messungen in der Linie 6257 sind am unsichersten, da diese in der Penumbra bereits sehr schwach ist. Die geringen Unterschiede macht ein Blick auf Tabelle 4 verständlich: Alle Linien entstehen in nahezu derselben Schicht. Mit zunehmendem ϑ wird in der Penumbra ein wesentlich geringerer Höhenunterschied überbrückt als in der Umbra, dies macht weiterhin verständlich, warum auch keine MRV zu beobachten ist. Es bleibt also nichts anderes übrig, als die Funktion g(r) zu ermitteln und grad H für die Penumbra ($r \geq 0.4$) anhand der Gl. (4.1.4) zu berechnen.

Eine Diskussion der neueren Messungen des vertikalen Gradienten hat Schröter (1971) durchgeführt. Die Resultate verschiedener Autoren (Dubov, 1965; Ikhsanov, 1968; Kusnezov, 1968; Beckers und Schröter, 1969; Rayrole und Semel, 1970) stimmen danach weitgehend überein und geben in der Umbra -0.5 G/km bis -1.0 G/km, sie sind also um einen Faktor 1.5-3.0 verschieden vom hier gefundenen Mittelwert. Allerdings ist nicht in jedem Fall die zugehörige Höhe z bestimmt worden. Kürzlich hat Kneer (1972b) aus dem Vergleich gerechneter und beobachteter Linien-Intensitätsprofile den Wert (-0.4±0.6) G/km im Bereich $-10 \text{ km} \leq z \leq 125 \text{ km}$ abgeleitet. Stark abweichende Ergebnisse hat Guseynov (1970) veröffentlicht, er findet u.a. einen positiven Gradienten (also abnehmende Feldstärke mit der Tiefe) für τ größer als 0.06 .
Die in der Penumbra bisher beobachteten Beträge des Gradienten sind in allen Fällen wesentlich kleiner, sie liegen im Bereich von 0 - 0.3 G/km.

Wie Hubenet (1954) zeigte, bewirkt der Feldgradient eine geringe Asymmetrie in den Profilen der σ-Komponenten. Derartige Asymmetrien können jedoch auch durch andere Einflüsse (makroskopische Geschwindigkeitsfelder, Plasmawellen) hervorgerufen werden und sind daher zur Bestimmung des Gradienten schwerlich geeignet. Rechnungen mit ZEEMANLINES zeigten, daß die Nachweisgrenze der in dieser Arbeit untersuchten Profile bei 2.5 G/km liegt; Mattig (1958) schätzte die typische Nachweisgrenze auf 2.0 G/km.

4.2 Der horizontale Gradient der magnetischen Feldstärke

Für jede der benutzten Linien wurde die Abhängigkeit des Betrages der Feldstärke von r untersucht. Im Rahmen der Streuung der Meßpunkte ergab sich die so gefundene Funktion f(r) = H(r)/H(0) als unabhängig von der benutzten Linie. Es konnten daher alle Messungen auf den Wert H(0) = H_m = 2700 G normiert werden; das Resultat zeigt die unbeschriftete Kurve in Abb. 6, die der Funktion H = 2700·f(r) entspricht. Die Funktion f(r)

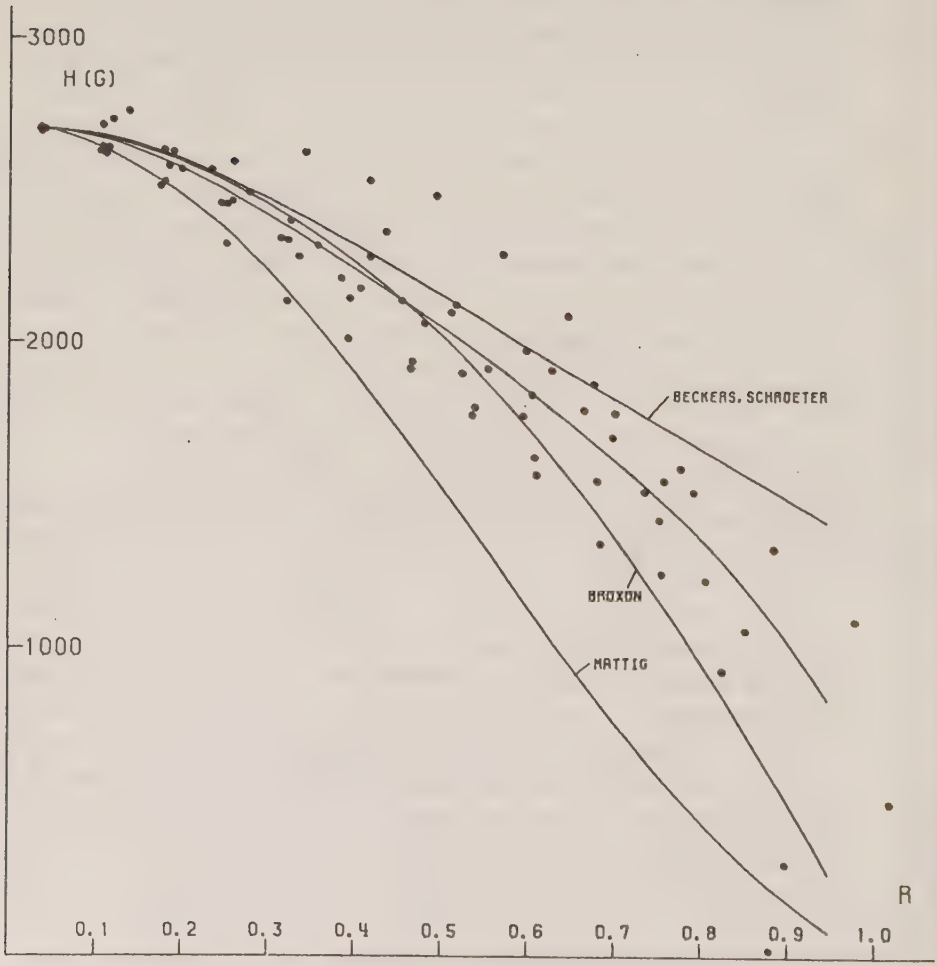


Abb. 6 Die radiale Feldstärkeverteilung

stimmt sehr weitgehend mit der entsprechenden Kurve von Adam (1969) überein, die daher nicht mit eingetragen wurde. Rein formal ist eine gute Approximation durch den folgenden Ausdruck gegeben:

$$f(r) = \frac{1}{1+r^2+r^4+r^8+r^{16}} \qquad (4.2.1)$$

Zum Vergleich sind in Abb. 6 die entsprechenden, leicht abweichenden Kurven nach Broxon (1942), Mattig (1953) sowie Beckers und Schröter (1969) eingetragen. Die entsprechenden Approximationen lauten in gleicher Reihenfolge:

$$f(r) = 1 - r^2 \qquad (4.2.2)$$

$$f(r) = (1 - r^4) \cdot e^{-2r^2} \qquad (4.2.3)$$

$$f(r) = 1 / (1 + r^2) \qquad (4.2.4)$$

Die Funktion (4.2.3) entspricht dabei sicher am wenigsten der Realität, einen verbesserten Verlauf gibt Mattig (1961) an. Die Tatsache, daß die hier gefundene Kurve mit zunehmendem r kleineren Feldstärken als (4.2.4) entspricht, dürfte auf den im Abschnitt 4.1 beschriebenen Effekt einer Verschiebung der V-Maxima zurückzuführen sein, der hier in Betracht gezogen wurde. Bei r=1 ergibt Gl. (4.2.1) etwa 540 G. Einen sehr ähnlichen Wert haben Deubner und Göhring (1970) an der Penumbragrenze gefunden, jedoch bei größerer Feldstärke im Fleckenzentrum.

Die Interpretation der Abb. 6 führt auf eine grundlegende Schwierigkeit: Wie Beckers und Schröter (1969) bemerkten, sollte man infolge des Wilson-Effekts[+)] eine Diskontinuität an der Umbragrenze (r=0.4) erwarten. Dies ist nur bedingt richtig, denn beim Zustandekommen der Funktion f(r) überlagern sich 2 Effekte, nämlich einerseits die Variation der auf das Niveau τ_K=1 bezogenen Entstehungshöhe z_V mit r (Tab. 4) und andererseits die Variation dieses Niveaus mit r, die als Ursache des

+) d.h. einer Einsenkung der Umbra von ca. 500 km, vgl. hierzu die detaillierte Diskussion von Jensen et al. (1969).

Wilson-Effekts angesehen wird: Beträgt z.B. die Einsenkung der Umbra 400 km gegenüber der Penumbra und entsteht eine Linie bei z = 500 km in der Umbra und z = 100 km in der Penumbra, so sollte man keine Diskontinuität erwarten. Dieser Spezialfall trifft allerdings auf die hier untersuchten Linien nicht zu, wie aus Tab. 4 hervorgeht. Daher läßt die Abb. 6 nur die folgenden Interpretationsmöglichkeiten zu, unter denen wir die wahrscheinlichste auswählen werden:

a) Im Widerspruch zu Teilabschnitt 4.1 und den darin zitierten Arbeiten ist der Betrag des vertikalen Feldstärkegradienten überall sehr klein: Ein Gradient $\partial H/\partial z \gtrsim -0.125$ G/km würde auch bei 800 km (d.h. 0.04 Fleckenradien) Höhenunterschied keine merkliche Diskontinuität erzeugen.

b) Das Magnetfeld in der Penumbra ist stark inhomogen und nur in Bereichen vorhanden, die die Einsenkung der Umbra besitzen: Danach wäre es naheliegend, das Magnetfeld als in den dunklen Filamenten der Penumbra konzentriert zu denken, deren Schichtung dann weitgehend dem Umbramodell zu entsprechen hätte. Diese Situation ist jedoch kaum mit unseren bisherigen Kenntnissen über die Feinstruktur der Penumbra verträglich.

c) Die Einsenkung der Umbra nimmt mit zunehmender Höhe stark ab (vgl. Jensen et al., 1969) und ist im Entstehungsbereich der Linien bereits unmerklich: Unter Benutzung der berechneten Entstehunghöhen sind diese Verhältnisse mit dem Hénoux-Modell für keine sinnvolle Einsenkung bei $\tau_K = 1$ realisierbar, da man u.a. eine wesentlich größere Skalenhöhe annehmen müßte. Allerdings ist die Frage der Skalenhöhe in der Umbra noch weitgehend offen, z.B. fanden Mattig (1969) bzw. Ruhm (1969) diese zu 100 km bzw. 300 km.

d) Der Übergang vom Umbrabereich zur höher gelegenen Penumbra bzw. Photosphäre erfolgt nicht sprunghaft, sondern stetig: Für alle betrachteten Linien - mit Ausnahme von Fe I 5250 - verlaufen dann die Kurven $z_\nu(r)$ nahezu parallel zum Niveau $\tau_K = 1$, dies läßt die Identität der Kurven f(r) verstehen.

Die einzige Schwierigkeit bei Punkt d) besteht im Verhalten der Linie 5250, deren Funktion $z_\nu(r)$ einem von dem der

übrigen Linien verschiedenen Höhenprofil entspricht. Nun haben kürzlich Athay und Lites (1972) anhand von NON-LTE Rechnungen gefunden, daß diese Linie Abweichungen vom LTE zeigt und infolgedessen in der Photosphäre höher entsteht als es der Tab. 4 entspricht. Demnach darf angenommen werden, daß auch die für die Penumbra berechnete Entstehungshöhe noch zu klein ist, und somit die genannte Schwierigkeit zumindest an Bedeutung verliert.

Legt man die Modellvorstellung d) zugrunde, so läßt sich ein sinnvoller Feldstärkeverlauf angeben, ohne daß man das Konzept des Wilson-Effekts aufgeben muß:
Im Entstehungsbereich der Linien sei eine konstante Einsenkung der Umbra vorhanden. Nach Wittmann und Schröter (1969) beträgt diese $d \approx 400$ km; aus belanglosen Gründen sei hier $d = 428$ km gewählt. Vom Punkt $r=0.4$ an möge diese zur Photosphäre hin linear auf Null abnehmen, so daß die Gleichung des Niveaus $\tau_K = 1$ wie folgt lautet:

$$z^*_\tau(r) = \begin{cases} 0 & \text{für } r < 0.4 \\ 0.03567(r - 0.4) & \text{für } r \geq 0.4 \end{cases} \qquad (4.2.5)$$

Dabei müssen von nun an z^* und d^* in derselben Einheit wie r, nämlich dem Fleckenradius $R = 2.0 \cdot 10^4$ km, ausgedrückt werden+).
Die Entstehungshöhe z_V einer Linie habe in der Umbra den in Tab. 4 angegebenen Wert und möge in der Penumbra parallel zu z_τ verlaufen, also

$$z_V(r) = z_V(0) + z_\tau(r) \qquad (4.2.6)$$

Weiter gilt dann nach Gl. (4.1.12)

$$H(0,z) = 2900 \cdot e^{-15z} \qquad (4.2.7)$$

Macht man schließlich einen naheliegenden Ansatz der Form $g(r)=1/(1 + k^2r^2)$ mit einem zunächst freien Parameter k, so liefert die Bedingung (4.1.5) zusammen mit dem angenommenen

---

+) Zur Vereinfachung der Schreibweise wird die Kennzeichnung * sogleich wieder fortgelassen, also $z = z^*$.

Modell des Wilson-Effekts $k \approx 1$, und mit

$$g(r) = 1 \,/\, (1 + r^2) \tag{4.2.8}$$

erhält man ein mit den Beobachtungen verträgliches Verteilungsgesetz des Betrages der Feldstärke in der Schicht ($0 \leq r \leq 1$, $0 \leq z \leq 0.04$) des Sonnenflecks:

$$H(r,z) = \frac{2900 \cdot e^{-15z}}{1 + r^2} \tag{4.2.9}$$

Die Bedingung (4.1.5) wird durch den Ansatz (4.2.8) sehr gut erfüllt, denn es gilt:

$$\frac{H(r,z_V(r))}{H(0,z_V(0))} = \frac{e^{-15z_\tau(r)}}{1 + r^2} = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + r^2} & \text{für } r < 0.4 \\ \dfrac{e^{-.535(r-.4)}}{1 + r^2} & \text{für } r \geq 0.4 \end{cases} \tag{4.2.10}$$

Die Funktion (4.2.10) ist wie gefordert für jede Linie dieselbe und approximiert die durch Gl. (4.2.1) beschriebene Funktion sehr gut, wie die nachfolgende Tabelle zeigt:

Tabelle 6

Prüfung der Bedingung (4.1.5)

r	(4.2.10)	(4.2.1)
0.1	0.99	0.99
0.2	0.96	0.96
0.3	0.92	0.91
0.4	0.86	0.84
0.5	0.76	0.76
0.6	0.66	0.66
0.7	0.57	0.56
0.8	0.49	0.45
0.9	0.42	0.32
1.0	0.36	0.20

Nach Gl. (4.2.9) errechnet sich für die Mitte der Penumbra ein vertikaler Gradient, der 2/3 des Wertes im Fleckenzentrum beträgt. Nach Gl. (4.2.7) wird letzterer unter Beachtung der Einheiten und des Gültigkeitsbereiches durch

$$\frac{\partial H}{\partial z} = - 15 \cdot H(0,z) \qquad (4.2.11)$$

approximiert. Bei Gültigkeit der Verteilung (4.2.9) kann aus der Beobachtung der Feldneigung auf die Existenz azimutaler Feldkomponenten H_χ geschlossen werden, wie in Abschnitt 4.3 gezeigt werden wird.

4.3 Das Neigungsgesetz der Feldlinien

Zur Bestimmung des Neigungsgesetzes $\psi(r)$ sind verschiedene Verfahren entwickelt worden, die ausnahmslos auf stark vereinfachenden Annahmen beruhen (Seares-Formeln, Unno-Theorie, einfache Feldkonfiguration usw.). Eine diesbezügliche Übersicht findet man bei Bray und Loughhead (1964), während Beckers und Schröter (1969) in ihrer Fig. 9 die wichtigsten bis dahin vorliegenden Resultate zusammengestellt haben. Unter Hinzunahme neuerer Messungen (Adam, 1969; Deubner und Göhring, 1970) ergibt sich folgendes Bild: Die Meßpunkte streuen in der Umbra zwischen $\psi = 0 - 70^\circ$ und in der Penumbra zwischen $\psi = 30^\circ - 90^\circ$ jedoch ist eine gewisse Häufung zu der Geraden $\psi(r)=90^\circ \cdot r$ hin vorhanden, unterhalb derer nur wenige Meßpunkte liegen.

Eine detaillierte Analyse aller erhaltenen Linienprofile kam für die vorliegende Arbeit allein schon aus Gründen der Rechenzeit nicht in Frage. Daher wurde es vorgezogen, die Funktion $\psi(r)$ anhand von Eichkurven aus der Maximalamplitude V_{max} des V-Parameters zu bestimmen. Diese hängt zunächst vom Winkel γ ab und hat für $\gamma = 0$ ihren größten Wert. Jedoch ist für die Beobachtungen vom 17.-19. Juli $\psi = \gamma$ mit einem Fehler von höchstens 16° in einigen Fällen (vgl. Tab. 2), während für die übrigen Tage eine perspektivische Korrektur etwa dieselbe Fehlergrenze liefert. Die Eichkurven wurden mit H als Parameter in der Form $V_{max} = V_{max}(\cos\gamma)$ für alle Linien mit Hilfe von

ZEEMANLINES berechnet. Aus jedem Scan wurde nun zusätzlich zu dem bereits bekannten H der Wert V_{max} entnommen und mit der zugehörigen Eichkurve in γ verwandelt, das schließlich den Wert ψ lieferte. Dabei wurden keinerlei signifikante Unterschiede zwischen den einzelnen Linien gefunden.

In der Umbra ist die Neigung am schwierigsten zu bestimmen: Wie man an den Aufnahmen V_1 und V_2 vom 18. Juli (Abb. 3) erkennt, verschwindet im Umbrazentrum jeweils eine der beiden σ-Komponenten im zirkularen Licht. Dies bedeutet das Vorhandensein einer Feldneigung $\lesssim 20^{\circ}$-30°. Eine zusätzliche Bestätigung hierfür brachte die Streulichtkorrektur, die im Umbrazentrum genau das Verschwinden der π-Komponente der Tripletts bewirkte (die korrigierten Intensitätsprofile haben das Aus-

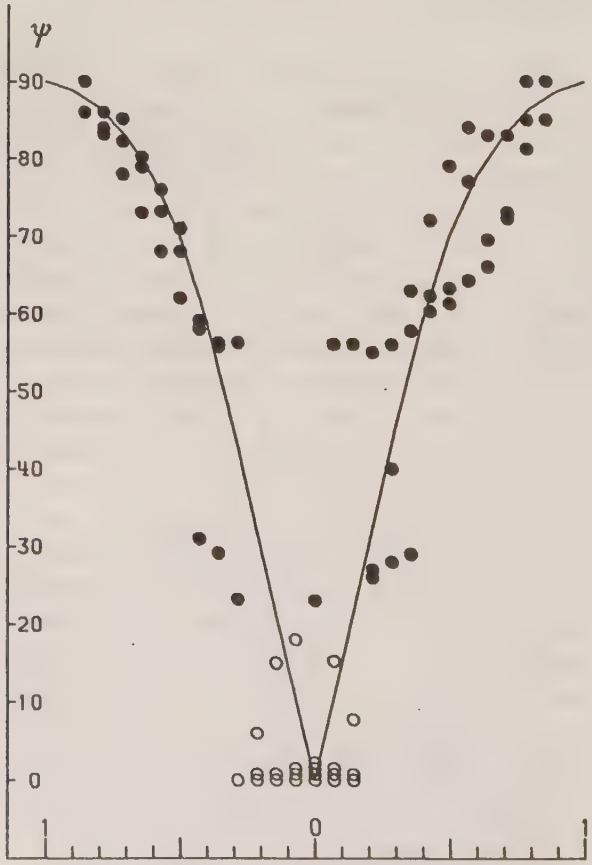


Abb. 7 Gemessene Feldneigung

sehen eines Dubletts). Für kleine ψ hängt der Verlauf der Eichkurven jedoch nur schwach von ψ und statt dessen stärker von H ab, dies bewirkt einen großen relativen Fehler.

Die Verteilung der Meßpunkte entlang eines Fleckdurchmessers gibt Abbildung 7, der daraus erhaltene Verlauf der Feldneigung ist nachfolgend in Form einer Tabelle angegeben. Der absolute Fehler beträgt dabei etwa $\pm 20^{\circ}$.

Tabelle 7

Feldneigung ψ gegen die Vertikale

r	$\psi(^{\circ})$
0.0	(0)
0.1	(15)
0.2	30
0.3	45
0.4	59
0.5	70
0.6	78
0.7	83
0.8	87
0.9	89
1.0	90

Die Daten vom 19. Juli sind hierbei nicht berücksichtigt: Wie bereits erwähnt, trennte an diesem Tag eine Lichtbrücke die Umbra in 2 Teile unterschiedlicher Größe. Die Spaltmitte befand sich in der größeren Umbra nahe der Lichtbrücke. Die Messungen ergaben in diesem Bereich einen Neigungswinkel von ca. 60°, während der Verlauf von $\psi(r)$ in der Penumbra dem der übrigen Tage entsprach.

Bei Kenntnis der Funktion H(r,z) bietet die Beziehung div $\underline{H} = 0$ eine weitere interessante Möglichkeit zur Bestimmung der Feldneigung, sofern man eine Feldkonfiguration voraussetzt, für die $\varphi - \chi = 0$ (d.h. radiales Feld). Da Felder mit dieser Eigenschaft für Sonnenflecken in Betracht kommen können und H(r,z) bereits nach Gl. (4.2.9) vorliegt, soll im folgenden die Funktion $\psi(r)$ aus div $\underline{H} = 0$ berechnet und mit der Beobachtung verglichen werden:

Für die nachfolgende Rechnung ist zu beachten, daß diese lediglich als eine der zahlreichen Interpretationsmöglichkeiten für die unmittelbaren Beobachtungsergebnisse (d.h. Gl. 4.1.6 und Tab. 7) anzusehen ist. Dementsprechend gelten die Schlußfolgerungen auch nur für den Fall, daß die Feldstruktur der Gl. (4.2.9) entsprechen sollte.

In Zylinderkoordinaten gilt:

$$\operatorname{div} \underline{H} = \frac{H_r}{r} + \frac{\partial H_r}{\partial r} + \frac{\partial H_z}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_\chi}{\partial \chi} \tag{4.3.1}$$

Es soll nun eine Feldverteilung jener Art zugrundegelegt werden, wie sie in den beiden letzten Teilabschnitten in Anpassung an die Beobachtungen ermittelt wurde. Lediglich der Zahlenwert der Skalenhöhe Z_H sei zunächst offen gelassen, und es sei $A = Z_H^{-1}$. Nach Gl. (4.1.11) und (4.2.9) gilt dann:

$$H(r,z) = \frac{H_o\, e^{-Az}}{1 + r^2} \tag{4.3.2}$$

Mit $\varphi - \chi = 0$ erhält man:

$$\frac{H_r}{r} = \frac{H \sin\psi}{r} \tag{4.3.3}$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial r} = H\left[\frac{d\psi}{dr}\cos\psi - \frac{2r}{1 + r^2}\sin\psi\right] \tag{4.3.4}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial H_\chi}{\partial \chi} = 0 \tag{4.3.5}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} = -A\,H\cos\psi \tag{4.3.6}$$

und damit:

$$H\left[\frac{1 - r^2}{r(1 + r^2)}\sin\psi + \left(\frac{d\psi}{dr} - A\right)\cos\psi\right] = 0 \tag{4.3.7}$$

Aus Gl. (4.3.7) ergibt sich für den Neigungswinkel ψ unseres Feldmodells die folgende Differentialgleichung:

$$\frac{d\psi}{dr} = \frac{r^2 - 1}{r(1+r^2)} \operatorname{tg}\psi + A \qquad (4.3.8)$$

Die hier interessierenden Lösungskurven zum Anfangswert $\psi = 0$ bei $r = 0$ wurden mit A als Parameter errechnet, einige Beispiele zeigt die Abbildung 8: Darin ist zu jeder Kurve der Wert A angegeben (ein leichter Knick entstand beim Plotten).

Für $r \ll 1$ sind alle Kurven von der Form $\psi(r) = 0.5Ar$. Für $A \lesssim 2.7$ wird bei r=1 der beobachtete Wert $\psi \approx 90^\circ$ nicht mehr erreicht, d.h. für ein der Gl. (4.3.2) entsprechendes radiales Feld mit H > 2000 G folgt aus Gl. (4.2.11) als Betrag des verti-

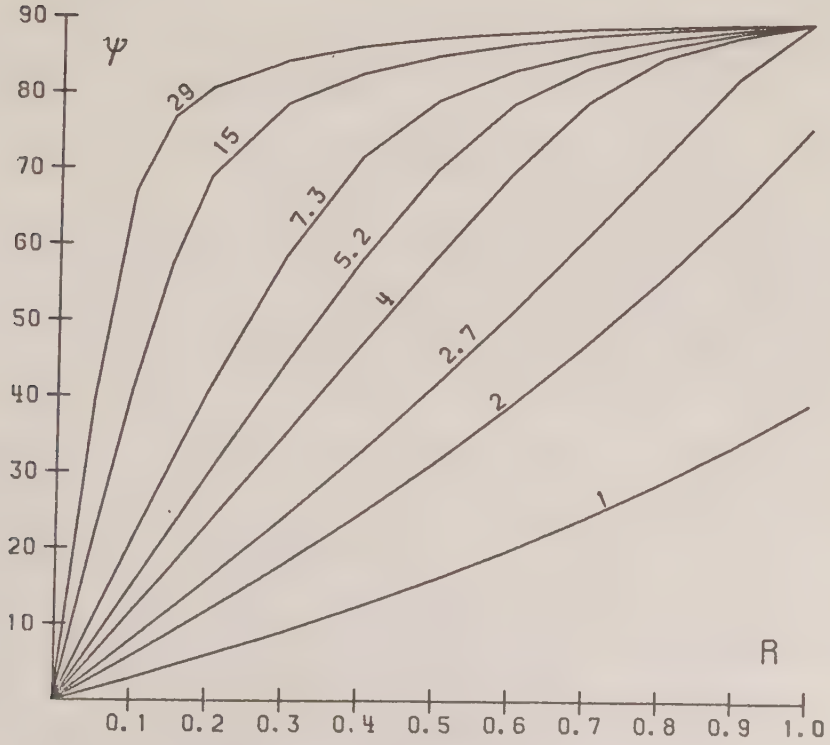


Abb. 8 Lösungen der Gl. (4.3.8)

kalen Gradienten:

$$\left| \frac{\partial H}{\partial z}(r=0) \right| = \frac{A \cdot H}{R} > 0.27 \quad G/km \qquad (4.3.9)$$

Die eingetragene Lösungskurve mit dem Wert A = 5.2 stellt die beste Annäherung an die Beobachtung dar, soweit diese $\Psi(r)$ allein betrifft (Abb. 7). Dies entspräche einem mittleren Betrag des Gradienten von 0.52 G/km im Umbrazentrum. Jedoch beträgt der im Teilabschnitt 4.1 bestimmte Mittelwert 1.5 G/km entsprechend A = 15. Angesichts des relativen Fehlers von 50 % ist dieses Ergebnis im Sinne einer Andeutung einer Diskrepanz zu verstehen, die sich bei Vorhandensein azimutaler Feldkomponenten H_χ erklären ließe. Dies aber steht im Einklang mit der Beobachtung, die die Existenz nichtradialer Felder insbesondere in der Umbra bestätigte.

4.4 Bestimmung des Azimuts, Einfluß des Macaluso-Corbino Effekts

Alle Meßverfahren zur Bestimmung des Feldazimuts (d.h. der Richtung des in die x,y-Ebene projizierten Feldvektors) beruhen auf einer Messung der linearen Polarisation im Bereich einer Linie. Sie sind daher besonders anfällig gegen die überwiegend lineare Eigenpolarisation des Instruments (vgl. Abschnitt 3.3), die in geeigneter Weise entweder kompensiert oder nachträglich eliminiert werden muß. Die neueren Untersuchungen des Azimutwinkels in Sonnenflecken lassen kein einheitliches Bild erkennen:

Während z.B. Beckers und Schröter (1969) aus ihren Beobachtungen auf ein insbesondere im Umbrabereich nahezu radiales Feld schlossen, fanden Deubner und Göhring (1970) eine gute Übereinstimmung mit den chromosphärischen H_α-Strukturen eines anderen Flecks, die jedoch z.T. erheblich von der radialen Richtung abwichen. Adam (1969) sowie Rayrole und Semel (1968; 1970) bestimmten aus ihren nahezu gleichzeitigen Beobachtungen desselben Flecks (vom 19.9.1966) nach verschiedenen Methoden die Azimutverteilung: Während erstere ein einigermaßen radiales

Feld erhielt, fanden letztere eine weitgehend irreguläre Verteilung. Verschiedene Richtungen in ein und demselben Fleck wurden auch bei Benutzung unterschiedlicher Linien gefunden, dies vor allem bei magnetographischen Messungen (u.a. Kotov, 1970). Die Deutung als Höheneffekt ist angesichts der zahlreichen Schwierigkeiten bei der Interpretation von Vektormagnetogrammen jedoch umstritten.

Auch die magnetooptischen Effekte (vgl. S.7) wirken sich auf die Bestimmung des Azimuts aus, daher sei der Beschreibung der Messungen eine Untersuchung über den Einfluß des solaren Macaluso-Corbino Effekts auf die Azimutbestimmung vorangestellt:

Es sei ein homogenes Magnetfeld betrachtet, dessen Azimut φ bestimmt werden soll. Der Macaluso-Corbino Effekt sei zunächst nicht vorhanden, also $\mathcal{S}_R = \mathcal{S}_W = 0$. Dann existiert ein Koordinatensystem, in dem U = 0 an allen Stellen $\Delta\lambda$ des Linienprofils. Dreht man nun die Feldrichtung, so daß $\varphi \neq 0$ ist, so gilt an jeder Stelle $\Delta\lambda$ die Beziehung (3.3.8) mit $-\varphi$ anstelle von α. Mit $U(\varphi = 0) = 0$ folgt daraus die aus der Unno-Theorie bekannte Beziehung

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{U}{Q} \qquad (4.4.1)$$

Seien nun $\mathcal{S}_R$ und $\mathcal{S}_W$ von Null verschieden, wie es der erweiterten Unno-Theorie entspricht. Wie die Rechnungen mit ZEEMAN-LINES für $\varphi = 0$ zeigen, ist dann $U < 0$ an allen Stellen $\Delta\lambda$ des Linienprofils, d.h. an keiner Stelle des Profils gilt noch die Gl. (4.4.1). Sei im folgenden ausschließlich das Linienzentrum $\Delta\lambda = 0$ betrachtet[+)] und sei weiter

$$\varphi_o = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{U(\varphi=0)}{Q(\varphi=0)} \qquad (4.4.2)$$

Es folgt dann aus Gl. (3.3.8):

$$\frac{U(\varphi)}{Q(\varphi)} = \frac{\operatorname{tg} 2\varphi + \operatorname{tg} 2\varphi_o}{1 - \operatorname{tg} 2\varphi \operatorname{tg} 2\varphi_o} = \operatorname{tg}(2\varphi + 2\varphi_o) \qquad (4.4.3)$$

+) Die beschriebenen Rechnungen können an jeder anderen Stelle $\Delta\lambda$ entsprechend ausgeführt werden.

Mißt man also Q und U im Linienzentrum, so liefert die Gleichung (4.4.1) ein fehlerhaftes Azimut, das um den Winkel $\varphi_o > 0$ zu groß ist. Dabei hängt φ_o nicht etwa von φ, sondern von H, ψ und dem Modell ab.

Mit Hilfe von ZEEMANLINES wurde für das Umbramodell berechnet, welche Fehler φ_o dabei zu erwarten sind. Ein Vergleic der Resultate für die Linien 5250, 6173 und 6303 zeigte, daß diese nur sehr schwach von der jeweiligen Linie abhängen. Eine stärkere Abhängigkeit besteht dagegen vom Modell, wie die entsprechenden Rechnungen für das Penumbramodell zeigten. Um die Wiedergabe umfangreicher Tabellen zu vermeiden, wurden die berechneten $\varphi_o = \varphi_o(H,\psi)$ durch handliche Näherungsformeln approximiert (die Abweichungen betragen überwiegend weniger als 1^o im Bereich 2 kG $\leq$ H $\leq$ 4 kG, $30^o \leq \psi \leq 80^o$). Mit H in kG und ψ in Winkelgrad ist φ_o (ebenfalls in Grad) in der Umbra für die wichtigsten Linien und $\vartheta = 0$ wie folgt gegeben:

$$\varphi_o^{6303} = 44.25 - 42.10\sin\psi - 4.5472\ H + 0.05188\ H\psi \quad (4.4.4)$$

$$\varphi_o^{6173} = 44.24 - 42.04\sin\psi - 4.1074\ H + 0.04586\ H\psi \quad (4.4.5)$$

$$\varphi_o^{5250} = 47.56 - 46.06\sin\psi - 5.2332\ H + 0.06224\ H\psi \quad (4.4.6)$$

Zur Veranschaulichung sei noch angegeben, daß φ_o für sinnvolle Feldstärken bei $\psi = 70^o$ zwischen $2^o - 5^o$ variiert, während sich der entsprechende Bereich bei $\psi = 30^o$ von $12^o - 20^o$ erstreckt.

Anhand des Beobachtungsmaterials wurde eine Bestimmung des Azimuts für die Tage 13.-16. Juli vorgenommen, die sich wegen der nötigen Modellrechnungen recht aufwendig gestaltet. Jedoch entsprach die Situation vom 16. Juli bereits weitgehend dem Idealfall eines kreisrunden Flecks in der Sonnenmitte (am 18. Juli war der Fleck weniger kreisförmig, und es konnten wegen eines elektrischen Defekts in der Gittersteuerung nur Spektren in 5250 und 6303 erhalten werden). Der Azimutwinkel wurde stets aus den Amplituden von Q und U im Linienzentrum und unter Berücksichtigung des eben beschriebenen Effekts ermittelt. Dabei

traten keine signifikanten Unterschiede zwischen den einzelnen Linien auf. Die Unsicherheit ist bei der Azimutbestimmung besonders groß, da die lineare Polarisation des Echelle-Gitters neben dem Falschlicht die Amplituden beeinflußt. Die Ergebnisse dürften daher lediglich ein ungefähres Bild vom Verlauf der Feldlinien wiederspiegeln.

In diesem Zusammenhang ist von Interesse, daß die Amplituden der gemessenen Profile Q und U in den Extrema beiderseits des Linienzentrums gelegentlich Asymmetrien zeigen, die in allen Linien auftreten, jedoch in I und V kein Analogon haben. Eine andere, schwächere Asymmetrie ist gelegentlich beim V-Parameter zu beobachten, und zwar derart, daß z.B. die σ_+-Komponente auf einer Seite des Flecks stärker ausgeprägt ist, während die σ_--Komponente auf der gegenüberliegenden Seite überwiegt. Lokale Dopplerverschiebungen kommen zur Erklärung dieser Effekte nicht in Frage: Die Spaltrichtung fiel in keinem Fall nahe mit der Richtung des Evershed-Effekts zusammen, und die festgestellten sehr geringen Dopplerverschiebungen wurden bei der Festlegung der Nullpunkte korrigiert.

Auch andere Beobachter haben in jüngster Zeit die verschiedensten Anomalien (speziell im zirkular polarisierten Licht) festgestellt, wie z.B. Chystiakov (1970) sowie Grigorjev und Katz (1972). Die Bedeutung derartiger Beobachtungen ist sicher nicht zu unterschätzen, obgleich befriedigende Erklärungen dazu noch nicht vorliegen. Mit den gegebenen Hinweisen müssen wir es an dieser Stelle bewenden lassen.

Die Abbildung 9 gibt eine anschauliche Darstellung der an verschiedenen Tagen beobachteten Feldazimute, d.h. der scheinbaren, von der Erde aus gesehenen Richtungsverteilung+). Darin sind die Konturen des Flecks zur Vereinfachung durch Ellipsen angenähert; aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde von der Korrelation zwischen Feldstärke und Strichlänge abgesehen. Die Verteilung vom 14. Juli ist aus Platzmangel fortgelassen, sie entspricht jedoch sehr weitgehend dem Bild vom 13. Juli.

Unter Berücksichtigung aller Fehlerquellen (Näherungen bei den Korrekturen, Einschränkungen seitens der Theorie usw.) er-

---

+) Die zur perspektivischen Korrektur benötigten Formeln hat Adam (1963) zusammengestellt. Für den 16. Juli fallen wahre und scheinbare Verteilung ausreichend genau zusammen.

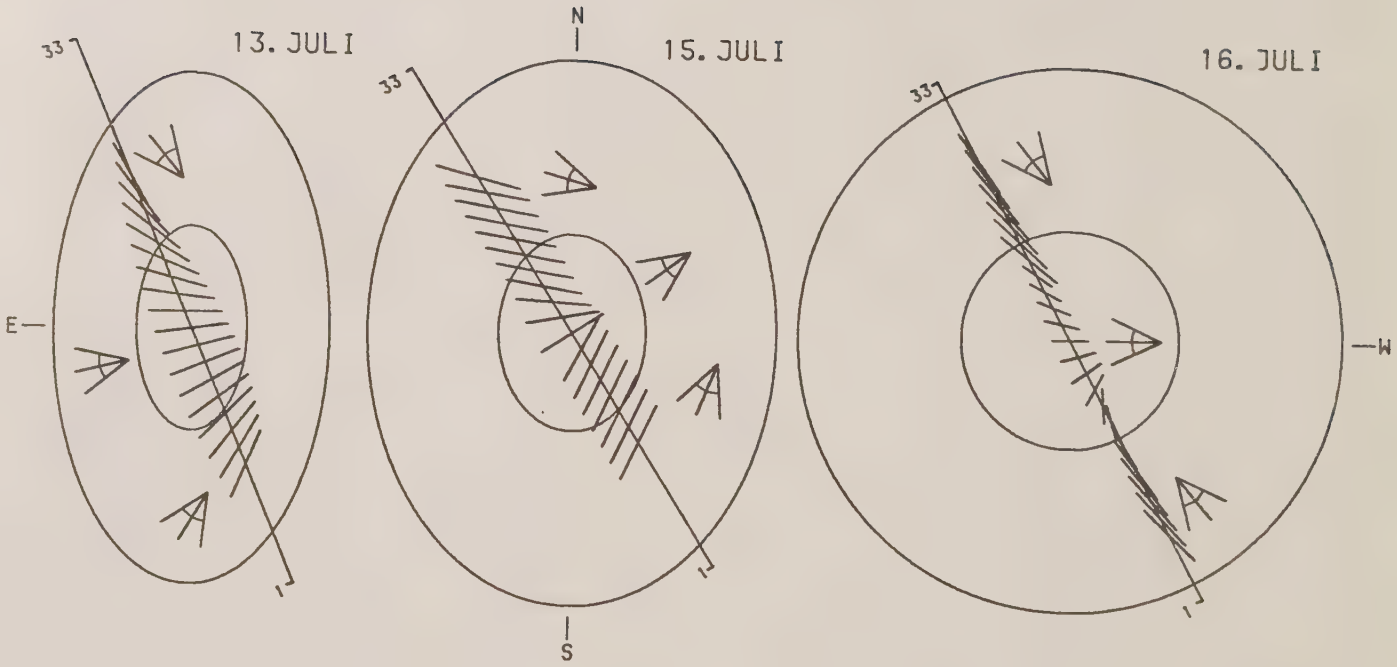


Abb. 9 Beobachtete Feldazimute

gibt sich ein mittlerer Fehler von ± 25°, der durch die eingezeichneten Sektoren veranschaulicht wird. Auch diese Unsicherheit von der Größenordnung eines halben Quadranten ließe sich vor allem durch bessere Seeingbedingungen verringern (s. S.32). Die oben besprochenen neueren Arbeiten dürften durch eine vergleichbare Unsicherheit gekennzeichnet sein (auf deren Angabe allerdings häufig verzichtet wurde). Für das hier beschriebene Meß- und Reduktionsverfahren kann man jedoch bei entsprechenden Beobachtungsbedingungen eine Genauigkeitssteigerung auf etwa ± 10° erwarten.

Unter Berücksichtigung der Fehlersektoren ergibt sich aus Abb. 9 etwa folgendes Bild: Die Feldstruktur ist an den Tagen 13. - 16. Juli nicht generell verschieden und kann innerhalb der Sektoren gerade noch in Übereinstimmung gebracht werden. Im Bereich der Umbra ist die Übereinstimmung am besten und zeigt das Vorhandensein azimutaler Feldkomponenten H_χ ; in einigen Punkten ist $H_\chi \gg H_r$. An den drei gezeigten Tagen ist das Feld in den Meßpunkten Nr. 13, 14 und 17 zwar am stärksten longitudinal, d.h. das Azimut ist dort am schlechtesten definiert. Jedoch ist das Azimut der benachbarten Punkte bereits wieder gut meßbar und zeigt eine systematische Drehung, die eine Interpolation für die genannten Punkte zuläßt. Am 13., 14. und 16. Juli stimmt der Feldverlauf in der nordöstlichen Penumbra weitgehend überein und zeigt nahezu radiale Richtung, während der 15. Juli eine stärkere Abweichung (nach Osten) aufweist. In der südwestlichen Penumbra hingegen zeigen die Verteilungen vom 13., 14. und 15. Juli Übereinstimmung (im Sinne einer Abweichung nach Osten), während hier der 16. Juli stärker herausfällt (nahezu radiale Richtung). Insgesamt ist die Abweichung von der radialen Richtung in der Penumbra jedenfalls kleiner als etwa 50°, d.h. dort ist $H_\chi \leq 1.2\ H_r$.

5. Longitudinale Magnetographensignale

5.1 Babcock-Eichung

Das Rechenprogramm ZEEMANLINES kann u.a. zur Simulation magnetographischer Messungen benutzt werden; so wurden z.B. die Signale des Locarno-Magnetographen für mehr als 3000 verschiedene Feldmodelle zu Eichzwecken berechnet. Da derartigen Untersuchungen angesichts der Eichprobleme der existierenden Magnetographen besondere Bedeutung zukommt, sollen im folgenden zwei Beispiele aus diesem Anwendungsgebiet gebracht werden. Das erste betrifft die als Babcock-Eichung (Babcock, 1953) bekannte Kalibration longitudinaler Magnetographensignale für schwache Felder, wie sie etwa beim Locarno-Magnetographen (vgl. Brückner, 1968) Verwendung findet.

Bei diesem Magnetographen werden zur Messung der zirkularen Polarisation 2 gleichgroße Spalte beiderseits des Linienzentrums positioniert (s. Wiehr, 1968). Die durch die Modulation erzeugten Wechselstromsignale der beiden zugehörigen Multiplier werden auf das entsprechende Gleichstromsignal normiert, anschließend wird ihre Differenz gebildet. Diese stellt das Magnetographensignal dar, wie man es am Ausgang der lock-in Verstärker erhält:

$$P_V = \frac{\int V \, d\Delta\lambda}{\int I \, d\Delta\lambda} \qquad (5.1.1)$$

Beide Integrale sind über einen beliebigen der beiden Spalte zu erstrecken, da während der Messungen ein Dopplerkompensator für die ständige Zentrierung der Linie sorgt, so daß sich die beiden möglichen Signale P_V (entsprechend der scheinbaren Polarität der longitudinalen Feldkomponente) nur durch ihr Vorzeichen unterscheiden.

Im folgenden wird als Beispiel die Linie Fe I 6302.5 Å betrachtet, und die Meßspalte mögen von $\Delta\lambda = \pm$ 25 mÅ bis $\Delta\lambda = \pm$ 140 mÅ reichen. Sei zunächst angenommen, daß ein Beobachter seine Messungen in der Photosphäre mit Hilfe der

Unno-Theorie (also η_o=const, $\Delta\lambda_D$=const usw.) interpretieren möchte. Es läßt sich dann leicht zeigen, daß Unnos Resultat für den Parameter V (Gl. 2.4.10) im Falle schwacher Felder (d.h. $v_H \ll 1$) übergeht in:

$$V = \Delta\lambda_H \cos\gamma \frac{dI}{d\lambda} \qquad (5.1.2)$$

Dabei ist V wie üblich in Einheiten der Kontinuumsintensität ausgedrückt. Für die Linie 6303 ist nach Tab. 1 $\Delta\lambda_H(m\text{Å})=4.636\cdot 10^{-2}H$ mit H in Gauss. Zur Ermittlung der Größe $dI/d\lambda$, der wir für die nachfolgende Integration sogleich ihren entsprechenden Mittelwert zuordnen, legen wir das mit dem Holweger-Modell gerechnete und den Beobachtungen angepaßte Linienprofil zugrunde (der Beobachter würde sich z.B. eine Registrierung herstellen, für die Konsistenz des geplanten Vergleiches ist jedoch nur von Wichtigkeit, daß an einer festen Stelle ϑ ein festes Profil betrachtet wird). Es gilt dann als Mittel über den Spalt:

$$\frac{dI}{d\lambda} = \begin{cases} 6.428\cdot 10^{-3} \\ \\ 5.220\cdot 10^{-3} \end{cases} m\text{Å}^{-1} \text{ bei } \cos\vartheta = \begin{cases} 1.0 \\ \\ 0.3 \end{cases} \qquad (5.1.3)$$

und

$$\int I \, d\Delta\lambda = 88.55 \text{ m\AA} \text{ bei } \cos\vartheta = 1.0 \qquad (5.1.4)$$

Damit folgt für die Unno-Theorie und die gewählten Spaltdimensionen:

$$P_V = P^{\text{Unno}}_{25-140} = 3.87\cdot 10^{-4} H \cos\gamma \text{ bei } \vartheta \approx 0 \qquad (5.1.5)$$

Die Auftragung der mit ZEEMANLINES und demselben Linienprofil (N.B.!) berechneten P_V ergibt dagegen:

$$P^{\text{Zeem}}_{25-140} = 2.85\cdot 10^{-4} H \cos\gamma \text{ bei } \vartheta \approx 0 \qquad (5.1.6)$$

Dies gilt sehr gut für $H \leq 700$ G.

Die Messungen mit dem Locarno-Magnetographen wurden bisher überwiegend nicht mit der eigentlichen Unno-Theorie, sondern mit Hilfe der Babcock-Eichung kalibriert. Dazu wird die Aufspaltung der Linie durch eine bekannte Dopplerverschiebung simuliert, indem das Teleskop entlang dem Sonnenäquator von der Mitte zum Rand bewegt wird, also entlang einer Linie, die mit der Ost-West Richtung einen Winkel P bildet (vgl. Tab. 2). Dann entspricht die Dopplerverschiebung $\Delta\lambda$ der Linie einer simulierten magnetischen Aufspaltung

$$\Delta\lambda_H = \lambda \cdot \frac{v_o}{c} \cdot \frac{r}{R_o} = 40.57 \frac{r}{R_o} \quad (m\text{Å}) \qquad (5.1.7)$$

Dabei ist $r/R_o = \sin\vartheta$ der momentane Radiusvektor und v_o=1.93 km/s die Äquatorgeschwindigkeit der Sonne. Vor dem Magnetographen wird ein Zirkularpolarisator angebracht, und die Größe P_V wird registriert. Formal entspricht dem Ausschlag an der Position des Sonnenrandes ($r=R_o$) also eine Feldstärke von 875 Gauss, womit die Eichung im Prinzip durchgeführt ist.

Mit Hilfe von ZEEMANLINES kann dieser Vorgang simuliert werden. Dabei ist von besonderer Bedeutung, daß sich das Profil der oft benutzten Linie 6303 (wie auch 5250, 6173) zum Rande hin verändert, d.h. Messungen nahe dem Rand (wie etwa in Polgebieten) müssen mit Hilfe des dort erhaltenen Eichkurvenabschnitts interpretiert werden. Das Resultat zeigt die Abbildung 10: Die mit 'Simulation' gekennzeichnete Kurve zeigt den Verlauf von P_V, wie er aufgrund der Rechnungen beobachtet werden sollte. Die mit 'Unno-Theorie' beschriftete Kurve zeigt die der Gl. (5.1.5) entsprechende Variation, wobei das Linienprofil als unveränderlich angenommen ist. Die mit 'Richtig' gekennzeichnete Kurve entspricht der Gl. (5.1.6), sie stellt strenggenommen keine Babcock-Eichung dar, sondern entspricht für kleine $\sin\vartheta$ dem wirklichen Eichzusammenhang. Diese ist zur Verdeutlichung zum Rand hin extrapoliert.

Die Betrachtung wirklich gemessener Eichkurven zeigt, daß man wegen des Rauschens den Bereich bis zu $\sin\vartheta \approx 0.3$ zur Festlegung der Steigung benutzen muß. Aus der Kurve 'Simulation' hätte der Beobachter für den Bereich kleiner ϑ entnommen:

$$P_V = 4.00 \cdot 10^{-4} \; H \cos\gamma \qquad (5.1.8)$$

Die Messung $P_V = 0.04$ hätte er als $H\cos\gamma = 100$ G interpretiert, während in Wirklichkeit $H\cos\gamma = 140$ G, d.h. die Babcock-Eichung führt bei der Linie 6303 auf einen Meßfehler von rund 40 % .

Zum Schluß sei noch das für die Linie 6173 berechnete Resultat für $H \leq 700$ G mitgeteilt:

$$P^{Zeem}_{25-140} = 2.57 \cdot 10^{-4} \; H \cos\gamma \quad \text{bei } \vartheta \approx 0 \qquad (5.1.9)$$

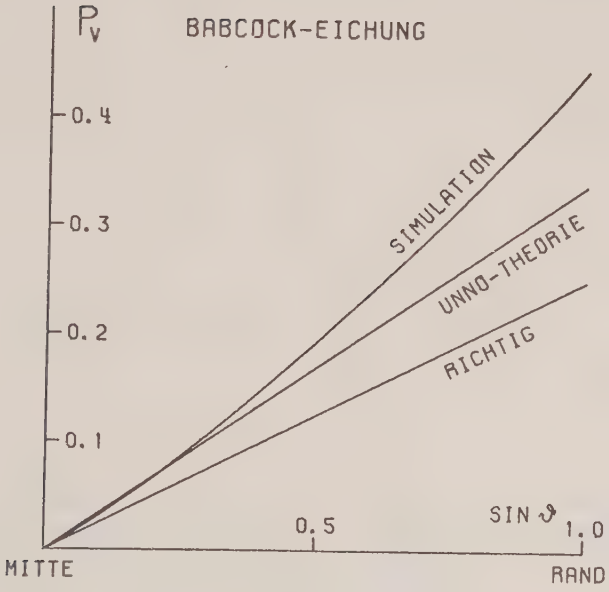


Abb. 10

5.2 V-Inversion

Bei großen Feldstärken, wie etwa in Sonnenflecken, bleibt der lineare Zusammenhang $P_V \sim H\cos\gamma$ nicht mehr erhalten, da die Äquivalentbreite

$$W_V = \int_{\Delta\lambda=0}^{\infty} V \, d\Delta\lambda \qquad (5.2.1)$$

des V-Parameters einem Sättigungswert zustrebt. Mit wachsender Feldstärke wandern die σ-Komponenten schließlich aus dem Bereich der Meßspalte heraus, so daß P_V sogar wieder abnimmt. Bei großen Feldstärken wird außerdem der Einfluß des Macaluso-Corbino Effekts wesentlich, der bei $\gamma \gtrsim 25^\circ$ zu einer Inversion im Profil des V-Parameters führt. Dies veranschaulicht die Abbildung 11, in der das berechnete V-Profil der Linie 6303 für H = 3 kG, $\gamma = 50^\circ$ (Hénoux-Modell) und den Bereich $\Delta\lambda \geq 0$ dargestellt ist.

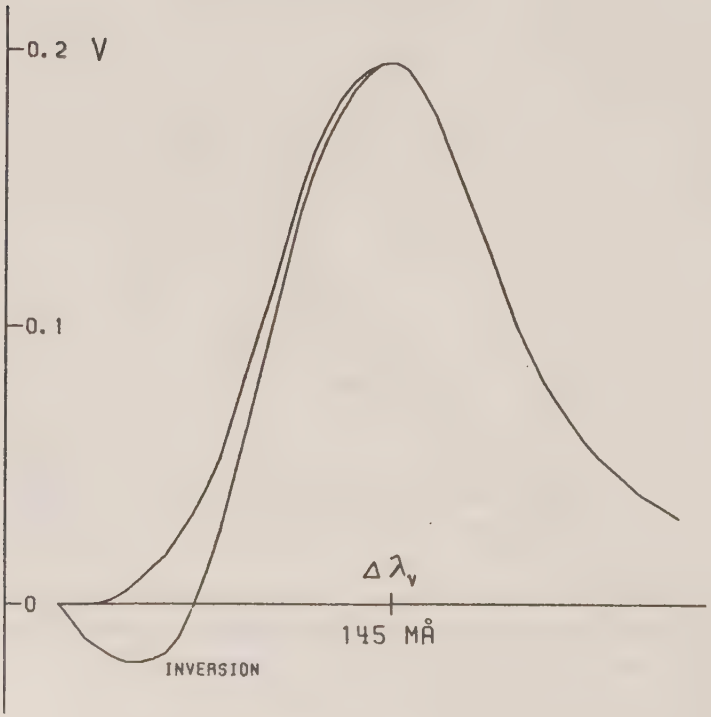


Abb. 11 V-Inversion

Bei Vernachlässigung des Effekts (d.h. $\varrho_R = \varrho_W = 0$) erhält man das gezeigte Profil ohne Inversion.

Ähnlich wie in Abschnitt 4.4 soll im folgenden anhand von Beispielen der Einfluß dieser V-Inversion auf magnetographische Messungen in Flecken untersucht werden. Dazu sei eine beim Locarno-Magnetographen ebenfalls mögliche Variante der Intensitätskompensation betrachtet, nämlich eine Normierung auf die Kontinuumsintensität. Es ist dann anstelle von Gl. (5.1.1):

$$\tilde{P}_V = \int V \, d\Delta\lambda \qquad (5.2.2)$$

Die Spaltbreite, über die das Integral zu erstrecken ist, kann derart gewählt werden, daß P_V in einem gewissen Feldstärkebereich von H nahezu unabhängig ist: Eine Zunahme von V im Bereich des Spaltes wird dann gerade durch den herauswandernden Anteil kompensiert. Für das Umbramodell und die Linie 6303 ist dies für einen von $\Delta\lambda = 0$ bis $\Delta\lambda = 200$ mÅ reichenden Meßspalt und im Bereich 2.5 kG $\leq$ H $\leq$ 3.0 kG der Fall. Die so bestimmte Größe P_V hängt linear von $\cos\gamma$ ab und kann daher zur Messung der Feldneigung dienen:

$$\tilde{P}^{Zeem}_{0-200} = 28.8 \cos\gamma \quad (mÅ) \qquad (5.2.3)$$

Unter Vernachlässigung des Macaluso-Corbino Effekts ergibt sich dagegen für $\gamma < 90^\circ$:

$$\tilde{P}_{0-200} = 3.4 + 26.4 \cos\gamma \quad (mÅ) \qquad (5.2.4)$$

Ein Beobachter, der auf diese Weise die Feldneigung ψ in einer Umbra nahe der Mitte der Sonnenscheibe bestimmen möchte und dabei die V-Inversion vernachlässigt, erhält anhand der Gl. (5.2.4) einen falschen Winkel ψ':

$$\psi' = \psi + (5 \pm 1)^\circ \qquad (5.2.5)$$

Zum Abschluß betrachten wir den Fall einer Feldstärkemessung unter der Annahme zweier sehr breiter Spalte, so daß die Äquivalentbreite W_V gemessen wird. Diese wächst sowohl mit der Feldstärke als auch mit $\cos\gamma$ nicht-linear an. Ein Beobachter, der seine Messungen in der Linie 6303 unter Vernachlässigung der V-Inversion interpretiert, erhält in der Umbra die in der nachfolgenden Tabelle angegebenen Feldstärken H', denen die wirklichen Werte H gegenübergestellt sind. Eine fehlende Eintragung bedeutet dabei, daß die "gemessene" Größe W_V oberhalb des Sättigungswertes der wirklichen Eichkurve liegt.

Tabelle 8

Einfluß der V-Inversion auf die Feldstärkemessung, wahre Feldstärke H (G)

H'	$\gamma=30^\circ$	$\gamma=50^\circ$	$\gamma=70^\circ$
1000	1000	1030	1040
1500	1540	1620	1660
2000	2080	2200	2310
2500	2640	2900	3160
3000	3380	----	----

Zusammenfassung

Ein photographisch-optisches Polarimeter, dessen Aufbau in Abschnitt 3.1 beschrieben wurde, diente dazu, zum ersten Mal simultan die Profile aller Stokesparameter verschiedener Zeemanlinien im Spektrum von Sonnenflecken zu erhalten. Zur Reduktion der Daten ist u.a. die Kenntnis der instrumentellen Polarisation von Wichtigkeit: In Abschnitt 3.3 wurde das hier entwickelte Verfahren beschrieben, nach dem die vollständigen Instrumenten-Matrizen der Meßanordnung in Locarno bestimmt werden konnten. Zur Interpretation der reduzierten Profile ist die numerische Integration der erweiterten Unno-Gleichungen erforderlich, die dazu benötigten theoretischen Grundlagen der Linienentstehung im Magnetfeld wurden in Abschnitt 2 dargestellt. Das entwickelte Rechenprogramm ist in der Lage, die Profile der Stokesparameter für beliebige Multipletts und Atmosphären im LTE mit beliebiger Tiefenvariation der physikalischen Parameter zu berechnen. Es können außerdem Magnetographensignale berechnet und magnetographische Messungen simuliert werden. Das Unterprogramm zur Berechnung des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten berücksichtigt neuere atomare Daten und hat auch bei anderen Untersuchungen (Molnar, 1972) Anwendung gefunden. Mit Hilfe von Modellrechnungen wurden die in einem großen Einzelfleck gemessenen Stokesparameter interpretiert, um Aussagen über die Magnetfeldkonfiguration zu erhalten. Die Seeingbedingungen während des Beobachtungszeitraumes begrenzten die Auflösung der Spektren auf etwa 3", so daß eine Untersuchung von Feinstrukturen und Feldinhomogenitäten unterbleiben mußte. Die Modellrechnungen unter Einschluß der magnetooptischen Effekte gestatteten jedoch eine in zahlreichen Punkten verbesserte Interpretation, so daß neue Aussagen über das mittlere Magnetfeld eines Flecks gewonnen werden konnten (Abschnitt 4). In Abschnitt 5 wurden schließlich einige Auswirkungen der erweiterten Theorie diskutiert, die bei der zukünftigen Interpretation und Eichung magnetographischer Messungen von großer Bedeutung sind. Die vollständige Analyse aller erhaltenen Profile der Stokesparameter gestaltet sich infolge

der nötigen Modellrechnungen sehr aufwendig, sie soll über das hier vorgelegte Material hinaus fortgesetzt werden.

Summary

A five-channel photographic polarimeter (Section 3.1) has been designed. It has been used in 1971 to obtain simultaneous profiles of each Stokes parameter of several Zeeman multiplets within sunspot Mt. Wilson no. 18488. Instrumental polarization (Sect. 3.3) as well as seeing and scattered light parameters have been determined and the profiles have been corrected for these effects. A computer program has been developed in order to solve the system of transfer equations for each Stokes parameter. Any kind of multiplets as well as arbitrary LTE atmospheres can be treated. Furthermore magnetographic operations can be simulated by the program. The relevant theory (i.e. extended Unno theory of line formation in magnetic fields) is described in Section 2. Extensive computations have been used to interpret the observed profiles, and some properties of the magnetic field configuration within a regular sunspot have been investigated (Section 4). Seeing conditions during the observing period were not sufficient to give a resolution of better than roughly 3 arc seconds, therefore an investigation of fine structures had to be abandoned. Finally section 5 gives a discussion of some theoretical implications for both interpretation and calibration of future magnetographic observations.

Danksagung

Mein Dank gilt Herrn Professor Dr. E.H. Schröter für die Anregung des Themas und seine stete Förderung dieser Arbeit. Herrn Mechanikermeister K.H. Duensing und den Mitarbeitern der Institutswerkstatt danke ich für die sachgerechte Ausführung und Herstellung des Polarimeters. Die Außenstation Locarno der Göttinger Sternwarte wird von der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Bad Godesberg, unterhalten. Die numerischen Rechnungen wurden mit der Univac 1108 der Gesellschaft für wissenschaftliche Datenverarbeitung, Göttingen, ausgeführt. Den Operateuren des Rechenzentrums danke ich für schnelle und präzise Abwicklung der Rechnungen und graphischen Ausgaben.

Index

Absorption im UV	11
Absorptionskoeffizient, kontinuierlicher	8
Absorptionskoeffizient, Linien-	12
Anomalien	55
Äquatorgeschwindigkeit	60
Aquivalentbreite	62
Asymmetrie	41
Aufspaltung	1
Azimut	52
Babcock-Eichung	60
Babinet-Interferometrie	19
Beitragskurve	37
Beobachtungsmaterial	23
Blends	16
Boltzmann-Gleichung	11
Brechungsindex	6
Compilerfehler	18
Dämpfungskonstante	5
Dipolstrahlung	8
Dispersionsfunktion	6
Dissoziationskonstante	12
Dopplerbreite	11
Dopplerkompensator	58
Druckverbreiterung	13
Einsenkung	44
Emission, induzierte	9
Entstehungshöhe	38
Evershed-Effekt	55
Faraday-Effekt	7
Fehlerintegral	15
Feinstrukturen	33
Feld, radiales	49
Feldstärke, Penumbra	42
Feldstärke, Umbra	39
Filmkassette	19
Fleck, Daten	24
Fleckenprofile	31
Fleckenradius	34
Flügel	14
Gauntfaktoren	9
Gauss-Verfahren	30
Gewichtsfunktionen	37
Gradient	34
Graukeil	21
Hanle-Effekt	8
Häufigkeit	11
Helium	10
Höhenskala	18
Induktion, magnetische	1
Inhomogenitäten	33
Instabilität, numerische	13

instrumentelle Polarisation 27
Instrumenten-Matrizen 29
Ionisationsenergie, Wasserstoff 10
Ionisationsgrad 13
Iterationsverfahren 31
Jordansche Normalform 18
Kerr-Zelle 2
Kontinuum 27
Koordinatensystem, der Beobachtung 30
Koordinatensystem, der Polarisationsoptik 22
Korrektur, perspektivische 55
Lambdameter-Methode 19
Leighton-Methode 19
Lichtbrücke 33
Linienabsorptionskoeffizient 12
Linienprofile, photosphärische 14
Locarno-Magnetograph 58
lock-in Verstärker 58
Lösungskurven 51
LTE 4
Macaluso-Corbino Effekt 7
Magnetograph 58
Magnetographensignal 58
magnetooptische Effekte 3
Matrix 7
Mikroturbulenz 11
Milne-Eddington Atmosphäre 3
Modelle 17
Modellrechnungen, Richtigkeit der 18
MRV 36
Mueller-Matrix 22
Neigungsgesetz 47
NON-LTE 45
optische Tiefe 4
Oszillatorenstärke 12
Partialdrucke 12
Permeabilität, magnetische 1
Pérot-Fabry Interferometrie 19
Photometrie 26
Polarimeter 19
Polarisation 2
Polarisationsfolien 28
Polarisierbarkeit 14
Punktstreufunktion 31
Randbedingungen 17
Rayleigh-Streuung 10
Reihenentwicklungen 15
Relativgeschwindigkeit 14
Rotationssymmetrie 34
Runge-Kutta-Merson Verfahren 17
Saha-Eggert Gleichung 11
Scattering 30
Seares-Formeln 19
Seeing 30
Skalenhöhe 40
Stokesparameter 2
Stoßparameter 14
Stoßverbreiterung 14

Strahlenteiler 19
Strahlungstransportgleichung 5
Streulicht 31
Streuprozesse 3
Teilbilder 25
Umbrafeldstärke, charakteristische 36
Unno-Gleichungen, erweiterte 5
Unno-Lösungen 17
Unno-Theorie 3
V-Inversion 62
van der Waals-Dämpfung 13
Vektormagnetograph 3
Verteilungsgesetz 46
Voigt-Effekt 7
Voigt-Funktion 6
Wasserstoff, negativer 9
Wasserstoff, neutraler 9
Wasserstoffdruck, fiktiver 12
Wilson-Effekt 43
Wollaston-Prisma 26
Zeeman-Multipletts 16
Zeemaneffekt 1
ZEEMANLINES 32
Zustandssummen 11
Zylinderkoordinaten 34

Verzeichnis der Symbole

a	Dämpfungsparameter
α	Polarisierbarkeit
B	Kirchhoff-Planck Funktion, magnetische Induktion
C	Stoßparameter
c	Lichtgeschwindigkeit
χ	Winkelkoordinate
d	Einsenkung der Umbra
$\Delta\lambda_D$	Dopplerbreite
$\Delta\lambda_V$	Aufspaltung des V-Parameters
$\Delta\lambda_H$	Aufspaltung der Komponenten, i.a. $\mp \Delta\lambda_V$
E	Anregungsenergie, Ionisationsenergie
ε	Häufigkeit
η	Verhältnis zweier Absorptionskoeffizienten
F(a,v)	Dispersionsfunktion
f	Oszillatorenstärke
g	Landéfaktor, Gauntfaktor
Γ	Dämpfungskonstante
γ	Winkel zwischen H und Beobachtungsrichtung

$\underline{H}$	magnetischer Feldvektor
h	Plancksche Konstante
H(a,v)	Voigt-Funktion
I	Intensität, 1. Stokesparameter
k	Boltzmann-Konstante
$\varkappa_K$	kontinuierlicher Absorptionskoeffizient
$\varkappa_L$	Linienabsorptionskoeffizient
λ	Wellenlänge
M	Matrix, magnet. Quantenzahl, Molekulargewicht
m_e	Elektronenmasse
n	Anzahldichte, Brechungsindex
P	Profil der Stokesparameter
P_v	longitudinales Magnetographensignal
p	Druck, Partialdruck
p_e	Elektronendruck
Φ	Kontrast Fleck/Photosphäre
φ	Feldazimut
ψ	Feldneigung gegen die Vertikale (z-Richtung)
R	Gaskonstante, Fleckenradius
R_o	Radius der Sonnenscheibe
r	radiale Koordinate
Q	2. Stokesparameter
ϱ	Massendichte
ϱ_R	differentielle Rotation
ϱ_W	differentielle Retardation
s	Niveau eines Atoms
$\underline{S}$	Vektor der 4 Stokesparameter
S_{ij}	normierte Intensität einer Zeemankomponente
σ	Streukoeffizient
T	Temperatur
τ_K	kontinuierliche optische Tiefe
θ	inverse Temperatur = 5040/T
ϑ	Zentriwinkel in der Sonne
U	3. Stokesparameter, Zustandssumme
V	4. Stokesparameter
v	Geschwindigkeit, Abstand vom Linienzentrum in Dopplerbreiten
v_t	Mikroturbulenzgeschwindigkeit
v_o	Äquatorgeschwindigkeit der Sonne

x	Koordinate nach E, $\log \tau_{5000}$
y	Koordinate nach N
z	Höhenkoordinate
z_V	Entstehungshöhe des V-Parameters
Z^*	effektive Kernladung
Z_H	Höhenskala des Magnetfeldes

Literaturverzeichnis

Adam,M.G.: 1963, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 126, 135.

Adam,M.G.: 1969, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 145, 1.

Adam,M.G.: 1971, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 155, 169.

Athay,R. Grant, und Lites,B.W.: 1972, Astrophys. J. 176, 809.

Avrett,E.H., und Loeser,R.: 1969, SAO Special Report No. 303; Cambridge, Ma.

Babcock,H.W.: 1953, Astrophys. J. 118, 387.

Bartholomeyczyk,W.: 1960, Z. Instr. 68, 208.

Beckers,J.M.: 1968, Solar Phys. 5, 15.

Beckers,J.M.: 1969a, Solar Phys. 9, 372.

Beckers,J.M.: 1969b, Solar Phys. 10, 262.

Beckers,J.M.: 1971, in R. Howard (Hrsg.), IAU Sympos. No. 43; D. Reidel, Dordrecht.

Beckers,J.M., und Schröter,E.H.: 1969, Solar Phys. 10, 384.

Bode,G.: 1965, Die kontinuierliche Absorption von Sternatmosphären; Sternwarte Kiel.

Bray,R.J., und Loughhead,R.E.: 1964, Sunspots; Chapman and Hall, London.

Broxon,J.W.: 1942, Phys. Rev. 62, 508.

Brückner,G.: 1968, Z. Astrophys. 68, 48.

Chandrasekhar,S.: 1947, Astrophys. J. 105, 424.

Charvin,P., Rayrole,J., und Semel,M.: 1962, Comptes Rend. Acad. Sci. 254, 2289.

Chystiakov,V.F.: 1970, Astron. Zhurn. 47, 533.

Cowling,T.G.: 1946, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 106, 218.

Dalgarno,A.: 1962, The scattering of light by atomic systems; Geophys. Corp. Amer. Techn. Report No. 62-28-A.

Dalgarno,A., und Williams,D.A.: 1962, Astrophys. J. 136, 690.

Delbouille,L., und Roland,G.: 1971, Private Mitteilung.

Deubner,F.L., und Göhring,R.: 1970, Solar Phys. 13, 118.

Domke,H.: 1969, Astrofiz. 5, 525.

Dubov,E.E.: 1965, Soln. Dann. 12, 53.

Gerbilskij,M.G.: 1972, Solar Phys. 25, 274.

Gingerich,O., Latham,D.W., Linsky,J.L., und Kumar,S.S.: 1967, SAO Special Report No. 240; Cambridge, Ma.

Goettsche,H.: 1965, Programmbibliothek; DRZ, Darmstadt.

Grigorjev,V.M., und Katz,J.M.: 1972, Solar Phys. 22, 119.
Guseynov,M.D.: 1970, Izv. Krymsk. Astrofiz. Observ. 41, 89.
Gussmann,E.A.: 1967, Z. Astrophys. 65, 456.
Hale,G.E.: 1908, Astrophys. J. 28, 315.
Hale,G.E., und Nicholson,S.B.: 1938, Contr. Mt. Wilson No. 5.
Harris III,D.L.: 1948, Astrophys. J. 108, 112.
Hénoux,J.C.: 1969, Astron. Astrophys. 2, 288.
Holweger,H.: 1967, Z. Astrophys. 65, 365.
Houtgast,J., und van Sluiters,A.: 1948, Bull. Astron. Inst. Netherlands 10, 325.
Hubenet,H.: 1954, Z. Astrophys. 34, 110.
Hunger,K., und van Blerkom,D.: 1967, Z. Astrophys. 66, 185.
Ikhsanov,R.N.: 1968, Izv. Astron. Obs. Pulkovo 184, 94.
Jensen,E., Brahde,R., und Ofstad,P.: 1969, Solar Phys. 9, 397.
Kai,K.: 1968, Publ. Astron. Soc. Japan 20, 154.
Katz,J.M.: 1972, Solar Phys. 24, 28.
von Klüber,H.: 1947, Z. Astrophys. 24, 121.
Kneer,F.: 1972a, Astron. Astrophys. 18, 39.
Kneer,F.: 1972b, Astron. Astrophys. 18, 47.
Kotov,V.A.: 1970, Izv. Krymsk. Astrofiz. Observ. 41, 67.
Krogdahl,W.S., und Miller,J.E.: 1967, Astrophys. J. 150, 273.
Kusnezov,D.A.: 1968, Soln. Dann. 9, 96.
Leighton,R.B.: 1959, Astrophys. J. 130, 366.
Mattig,W.: 1953, Z. Astrophys. 31, 273.
Mattig,W.: 1958, Z. Astrophys. 44, 280.
Mattig,W.: 1961, Mitt. Astron. Ges. 14, 47.
Mattig,W.: 1966, in G. Barbèra (Hrsg.), Atti del Convegno sulle Macchie Solari; Firenze.
Mattig,W.: 1969, Solar Phys. 8, 291.
Mihalas,D.: 1967, in B. Alder (Hrsg.), Methods in Computational Physics, Vol. 7; Academic Press, New York.
Moe,O.K.: 1968, Solar Phys. 4, 267.
Moe,O.K., und Maltby,P.: 1969, Solar Phys. 8, 275.
Molnar,H.: 1972, Astron. Astrophys. 20, 69.
Mueller,H.: 1948, J. Opt. Soc. Amer. 38, 661.
Nishi,K.: 1962, Publ. Astron. Soc. Japan 14, 325.
Obridko,V.N.: 1965, Astron. Zhurn. 42, 102.
Peach,G.: 1970, Mem. Roy. Astron. Soc. 73, 1.
Rachkovsky,D.N.: 1961, Izv. Krymsk. Astrofiz. Observ. 25, 277.
Rachkovsky,D.N.: 1962, Izv. Krymsk. Astrofiz. Observ. 27, 148.

Rachkovsky,D.N.: 1963, Izv. Krymsk. Astrofiz. Observ. 29, 97.
Rachkovsky,D.N.: 1972, Izv. Krymsk. Astrofiz. Observ. 44, 64.
Rayrole,J.: 1967, Annales Astrophys. 30, 257.
Rayrole,J., und Semel,M.: 1968, IAU Sympos. No. 35; D. Reidel, Dordrecht.
Rayrole,J., und Semel,M.: 1970, Astron. Astrophys. 6, 288.
Ruhm,H.: 1969, Solar Phys. 10, 104.
Schlüter,A., und Temesvary,S.: 1958, IAU Sympos. No. 6; Cambridge University Press, Cambridge.
Seares,F.H.: 1913, Astrophys. J. 38, 99.
Shurcliff,W.A.: 1962, Polarized Light; Harvard University Press, Cambridge, Ma.
Staude,J.: 1969, Solar Phys. 8, 264.
Staude,J.: 1971, Solar Phys. 18, 24.
Staude,J.: 1972, Solar Phys. 24, 255.
Stellmacher,G., und Wiehr,E.: 1970, Astron. Astrophys. 7, 432.
Stenflo,J.O.: 1970, Report Observ. Lund No. 2.
Stepanov,V.E.: 1958a, Izv. Krymsk. Astrofiz. Observ. 18, 136.
Stepanov,V.E.: 1958b, Izv. Krymsk. Astrofiz. Observ. 19, 20.
Stokes,G.: 1852, Trans. Cambridge Phil. Soc. 9, 399.
Thiessen,G.: 1946, Annales Astrophys. 9, 101.
Traving,G.: 1959, Mitt. Astron. Ges. 13, 1.
Treanor,P.J.: 1960, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 120, 412.
Unno,W.: 1956, Publ. Astron. Soc. Japan 8, 108.
Unsöld,A.: 1955, Physik der Sternatmosphären; Springer, Berlin.
Vardya,M.S.: 1961, Astrophys. J. 133, 107.
Wiehr,E.: 1968, Dissertation; Universität Göttingen.
Wittmann,A.: 1969, Diplomarbeit; Universität Göttingen.
Wittmann,A.: 1971, Solar Phys. 21, 237.
Wittmann,A.: 1972, Mitt. Astron. Ges. 31, 150.
Wittmann,A.: 1973, Astron. Astrophys. Suppl. (im Druck).
Wittmann,A., und Schröter,E.H.: 1969, Solar Phys. 10, 357.
Wöhl,H., Wittmann,A., und Schröter,E.H.: 1969, Solar Phys. 13, 104.
Yun,H.S.: 1971, Solar Phys. 16, 379.

Anhang

1. Daten der benutzten Modelle+)

Holweger-Modell

$\log \tau_o$	z(km)	T(K)	ϱ(g/cm^3)	p_g(dyn/cm^2)	p_e(dyn/cm^2)
0.0	0	6400	3.08-07	1.27+05	5.52+01
-0.5	64	5598	2.20-07	7.92+04	9.18+00
-1.0	154	5176	1.30-07	4.33+04	3.30+00
-1.5	242	4932	7.78-08	2.46+04	1.63+00
-2.0	317	4767	4.32-08	1.32+04	8.51-01
-2.5	394	4662	2.26-08	6.76+03	4.43-01
-3.0	474	4557	1.19-08	3.48+03	2.31-01

Hénoux-Modell

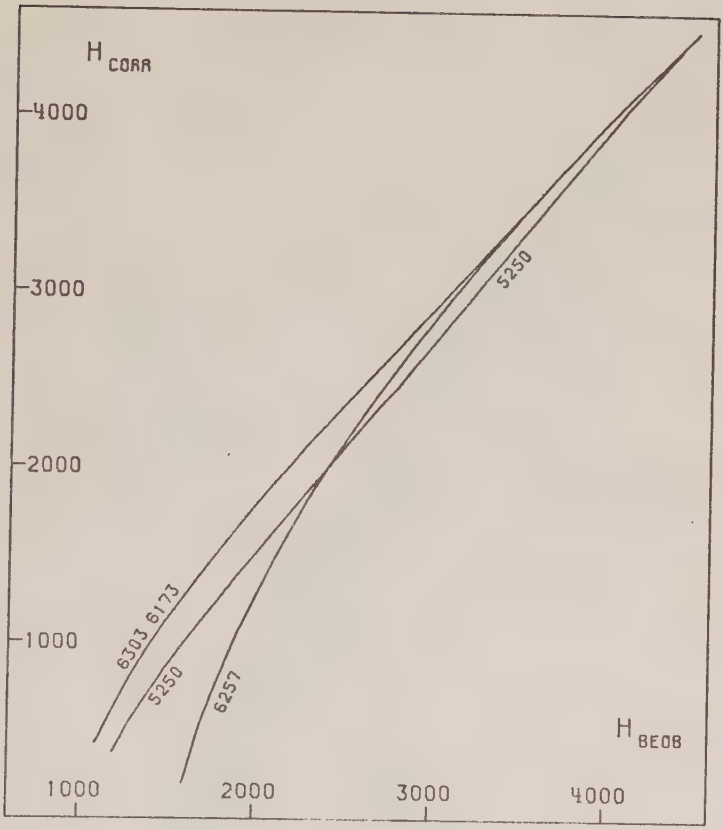
$\log \tau_o$	z(km)	T(K)	ϱ(g/cm^3)	p_g(dyn/cm^2)	p_e(dyn/cm^2)
0.0	0	4081	1.16-06	2.86+05	2.95+00
-0.5	52	3759	7.27-07	1.60+05	1.06+00
-1.0	99	3678	3.80-07	8.35+04	5.66-01
-1.5	146	3606	1.95-07	4.28+04	3.01-01
-2.0	193	3535	1.01-07	2.21+04	1.60-01
-2.5	241	3472	5.13-08	1.11+04	8.54-02
-3.0	291	3407	2.36-08	5.08+03	4.19-02

Moe-Maltby Modell

$\log \tau_o$	z(km)	T(K)	ϱ(g/cm^3)	p_g(dyn/cm^2)	p_e(dyn/cm^2)
0.0	0	6013	4.17-07	1.61+05	3.02+01
-0.5	56	5337	2.90-07	9.92+04	7.59+00
-1.0	129	4865	1.50-07	4.69+04	2.63+00
-1.5	212	4568	7.86-08	2.30+04	1.11+00
-2.0	293	4391	4.47-08	1.26+04	5.64-01
-2.5	372	4343	2.28-08	6.36+03	3.12-01
-3.0	454	4295	1.18-08	3.25+03	1.73-01

+) Man beachte, daß die Zahlenwerte der physikalischen Parameter für ein Modell im Prinzip genau definiert sind. Wie weit diese der Wirklichkeit entsprechen, ist eine andere Frage.

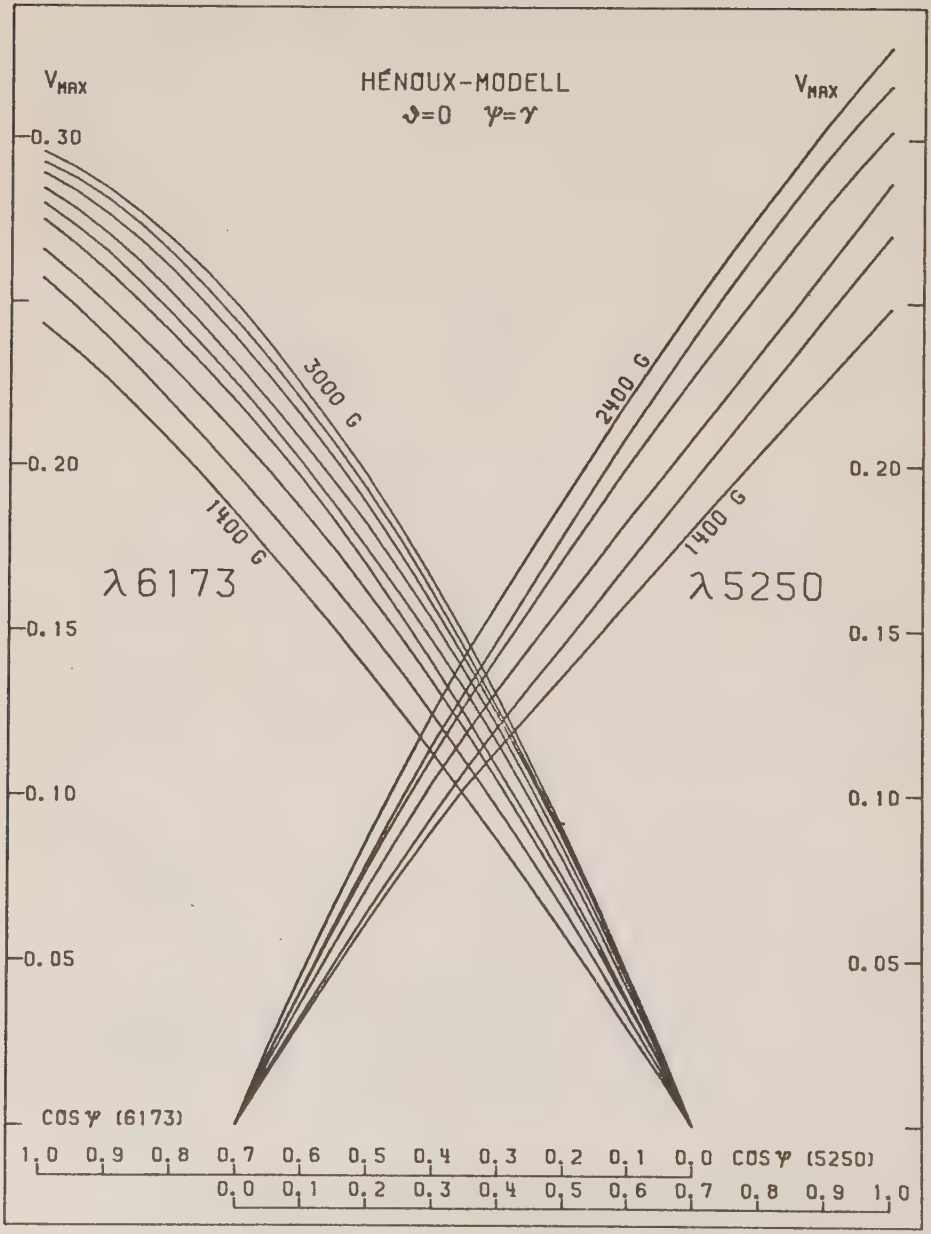
2. Feldstärkeneichung[+)]



Die aus der V-Aufspaltung erhaltenen Feldstärken H_{beob} sind mit der abgebildeten Eichkurve zu korrigieren. Diese gilt genügend genau sowohl für die Umbra als auch für die Penumbra.

+) vgl. S. 34-35.

3. Eichkurven $V_{max}(\cos\psi)$ für die Umbra[+)]



+) vgl. S. 47-48.

Lebenslauf

Ich wurde am 28.7.1943 als Sohn des Diplomingenieurs Hans Wittmann und seiner Frau Adele, geb. Förster, in Hannover geboren. Von 1950 bis 1954 besuchte ich die Volksschule und anschliessend bis 1958 die Tellkampfschule, ein Gymnasium für Jungen, in Hannover. Im Frühjahr 1958 ging unsere Familie nach Braunschweig, dort besuchte ich bis zu der Reifeprüfung im Februar 1963 die Hoffmann-von-Fallersleben-Schule, ein naturwissenschaftliches Gymnasium für Mädchen und Jungen. Im Sommer 1961 und 1967 arbeitete ich bei kurzen Gastaufenthalten an der Sternwarte Sonneberg über veränderliche Sterne. Im Sommer 1963 begann ich das Studium der Physik und Astronomie an der Universität Göttingen; seit dem 1.11.1967 bin ich Mitarbeiter der Abteilung Sonnenphysik der Universitäts-Sternwarte. Am 5.2.1969 bestand ich die Diplom-Hauptprüfung mit einer Arbeit zum Thema: "Der Wilson-Effekt und das Problem des Druckes in Sonnenflecken".